動態系統之柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路判別模型

黃元瑞* 童景賢

南亞技術學院機械系

摘　要

本文提出柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路模式(Chebyshev Recurrent Wavelet Neuro-Fuzzy network, CRWNF)以 TSK 型式的模糊網路模式為基礎、以柴比雪夫遞迴式小波類神經網路為模糊推論機構。小波函數能將處理的訊號在建構時頻表示時擁有良好的時域和頻域的定位。柴比雪夫遞迴式小波類神經網路利用柴比雪夫多項式與小波函數使其具有動態映射之功能，因此對具有非線性摩擦力與背隙之動態系統有較優之鑑別之功能。研究以單軸平台系統為非線性摩擦力之動態系統，經模擬結果可知柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路較遞迴式類神經網路、適應性網路模糊推理系統等有較良好之非線性系統動態特性之鑑別。

關鍵詞：柴比雪夫、小波、類神經模糊網路、遞迴式類神經網路

*Email : hyr@nanya.edu.tw　　Tel : 03-4361070-6302　　Fax : 03-4384670

IDENTIFICATION OF DYNAMICAL SYSTEM BASED ON CHEBYSHEV RECURRENT WAVELET NEURO-FUZZY NETWORK

Yuan-Ruey Huang*, Jingsyan Torng

Department of Mechanical Engineering,
Nanya Institute of Technology,
Chungli , Taiwan, R.O.C.

Abstract

In this study, Chebyshev Recurrent Wavelet Neuro-Fuzzy network, (CRWNF), based on the structure of TSK neuro-fuzzy model, uses Chebyshev Recurrent Wavelet Neural networks as inferring mechanisms. Wavelet basis functions have the ability to localize both in time and frequency domains. The outputs of Chebyshev Recurrent Wavelet Neural network have the previous outputs of its own which make it as a dynamical mapping mechanism. Hence, CRWNF with dynamical mapping functions can identify nonlinear dynamical system effectively. In this paper, the ball-screw-driving system is used as a nonlinear frictional dynamic system. According to the simulation results, the proposed CRWNF, comparing the effectiveness of the models ANFIS and RNN, has impressive generalization ability.

Key Words: Chebyshev、wavelet、neuro-fuzzy network、recurrent neural network

*Email : hyr@nanya.edu.tw Tel : 03-4361070-6302 Fax : 03-4384670

壹、前言

在各種不同環境操作之高精度機械系統，因為機械元件之位移與速度皆受非線性外力例如摩擦力等之影響而影響工件之加工精度。傳統 PID 控制器無法因應外在環境變化而產生之參數變動，使得在 PID 控制器下之系統無法保持高穩定性之輸出反應而影響工件之加工精度。傳統適應性控制器對感應馬達與其負載之建模大都忽視其非線性因素而僅以線性之轉移函數表示感應馬達與其負載之輸入與輸出之關係。因此當感應馬達伺服系統以低速運轉或正反向運轉時受外力影響而呈現出膠着(stick)之非線性特性，若以轉移函數表達之感應馬達響應會與實際狀態有所誤差，並導致控制器效能降低。

單軸平台於膠著滑動(stick-slip)之狀態下，作用於平台之正向作用力、平台停滯時間之長短、平台移動之速度等皆為影響摩擦力大小之因素。低速運動之平台因受摩擦力與背隙等非線性影響，使其完整系統動態之鑑別相當困難。

Narendra 與 Parthasarthy [1]提出之類神經網路系統鑑別模式，主要利用類神經網路之非線性函數映射功能模擬系統之輸出與輸入之動態關係。然而，多層類神經網路僅提供靜態映射之功能，因為其僅以系統之輸出做為網路之輸入以預測系統下一步之輸出。Zhang 與 Morris [2]以遞迴式類神經模糊網路預測系統未來之輸出，遞迴式類神經網路具備前饋和迴授兩種的網路特性，使得遞迴式類神經網路反映系統之輸出與輸入之動態關係。但是遞迴式類神經網路仍然具有訓練收斂速度慢之缺點。況且類神經網路無法處理定性的知識與邏輯推論。

Zadeh[3]於 1965 年提出模糊集合(fuzzy set)概念。模糊邏輯主要以模糊集合與模糊法則(if-then rules)為主，模糊邏輯雖可模擬非線性系統[4-6]，但是它缺少準確的定量分析與數值校正的學習能力。Takagi 與 Sugeno [7]運用模糊邏輯建立一個由許多線性區域模型所組成之模糊邏輯模型，稱之為 Takagi-Sugeno-Kang (TSK)模糊模型。TSK 模型將整個非線性系統轉換為模糊輸入空間的線性子系統，並以線性子系統對整個非線性系統之各個區域系統作鑑別。類神經模糊網路雖包含模糊邏輯具推論性質與類神經網路具學習能力之優點[8,9]。但是 TSK 其模糊架構之後件部主要由線性方程式組成僅能提供靜態映射之功能。Jang [10,11]提出適應性類神經模糊推論系統(Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System, ANFIS)將模糊推論系統架構於類神經網路上，以改善 TSK 模型之缺點。

函數連結類神經網路(functional link neural network,FLNN)以函數展開功能利用非線性近似的方式將原先在較低維的輸入空間擴展至高維度之超平面

(hyperplane)以對輸入訊號具有更佳之區別能力。以柴比雪夫多項式為擴展函數之柴比雪夫遞迴式類神經模糊網路(Chebyshev Recurrent Neuro-Fuzzy, CRNF)，其特點在於將汎函連結遞迴式類神經網路內部加入隱藏層及和此隱藏層之神經元之回授以形成遞迴式類神經網路。

Lee 與 Jeng [12]則以柴比雪夫多項式(Chebyshev polynomial)為基底建構之類神經網路趨近靜態函數。Patra 等[13]運用正弦函數與餘弦函數擴張輸入向量之維度而增加汎函類神經網路(functional link artificial neural networks)對非線性動態系統之鑑別精度。Purwar 等[14] 運用柴比雪夫類神經網路於非線性離散時間系統。然而泛函類神經網路模式對系統之鑑別精度較多層類神經網路模式之鑑別精度差[15]。Chen 等[16,17]提出之泛函連結模糊類神經網路模式(functional-link-based fuzzy neural network)，以泛函連結模糊類神經網路增進函數趨近精度。

小波類神經網路的概念最早由 Zhang 及 Benveniste[18]所提出。小波類神經網路是由小波取代類神經網路中神經元（Neuron）的激發函數(activation function)，並採用倒傳遞學習演算法（Back-Propagation），依據輸入與輸出訊號自動調整小波中的參數。小波類神經網路具有廣泛之趨近性質，因為藉由母波漲縮與平移形成之小波轉換具有時域與尺度的解析能力。非常適合描述具有非線性之函數，[19,20]。Wang [21]運用非正交小波函數為單層前饋類類神經網路之激發函數(activation function)。Lin[22]等提出之小波模糊類神經網路以小波類神經網路為模糊規則之後件部(consequent part of fuzzy rules)之區域模型。Yilmaz 等[23]以小波模糊類神經網路為非線性動態系統判別模型。

以滾珠螺桿傳動之單軸平台包含轉動與線性平移，摩擦力也因而產生於轉動之螺桿與平移之平台間，並造成了難以數學模型精確的表達系統的動態行為與摩擦力干擾程度。本文利用柴比雪夫多項式為擴展函數並且以小波函數為激發函數之柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路，將汎函連結遞迴式小波類神經網路內部加入隱藏層和此隱藏層之神經元之回授以形成遞迴式小波類神經網路。因此在非線性的機械系統模型，導入柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路之適應性與學習能力特性，建立系統之鑑別模型以表示系統之輸入與輸出之關係，以改善傳統之系統之線性鑑別模型之缺失。

貳、研究方法

本文提出之柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路以柴比雪夫多項式為擴展函數並且以小波函數為激發函數之柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路，取代

Takagi-Sugeno-Kang (TSK)架構的後件部之線性子系統，以增加類神經模糊網路的之適應性與學習能力特性。

一、柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路架構

柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路主要由輸入層、模糊層(Fuzzification)、規則推論層(rule inference)、正規化層(normalization)、歸納層(consequent)及解模糊化層(defuzzation)所組成。其中包含一個六層網路結構之柴比雪夫遞迴式小波類神經網路(CRWNN)，其架構如圖 1 所示。

柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路的輸入為 $\mathbf{V}=(\mathbf{X},\mathbf{Y})^T$ ，由 $v_m, m=1,2,\cdots,M$,所組成，$\mathbf{X}$ 與 $\mathbf{Y}$ 分別為系統之輸入與輸出，其中系統之輸出 $\mathbf{Y}$ 包含 $y_p(n)$ 與 $y_p(n-1)$, $y_p(n-2)$, $y_p(n-3)$,$\cdots$ 等。柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路以柴比雪夫遞迴式小波類神經網路為歸納層以增加模糊網路歸納層之因次，柴

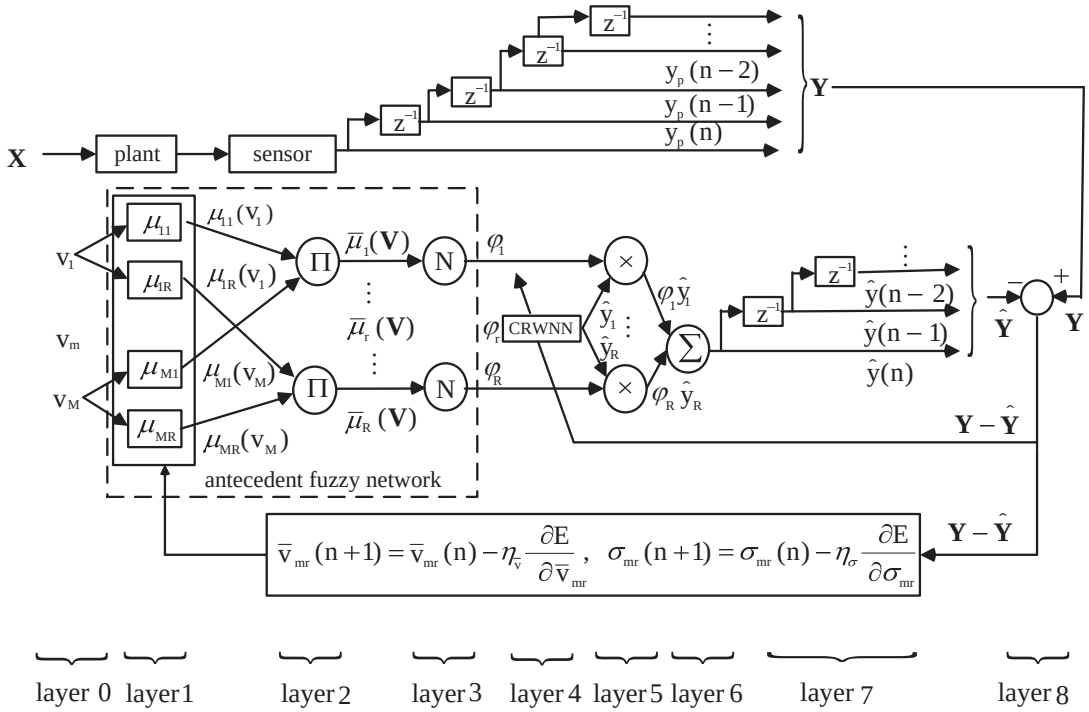

圖1 柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路架構圖。

比雪夫類神經模糊網路之第 r 規則之 If-Then 形式為：

IF $v_1(n)$ is μ_{1r} AND $v_2(n)$ is μ_{2r} AND …AND $v_m(n)$ is μ_{mr} , … AND $v_M(n)$ is $\mu_{Mr}(n)$ THEN $\hat{y}_r(n)=F_o(net_r)$, $r=1,\cdots,R$ (1)

v_m 與 μ_{mr} 為第 r 個歸屬函數層神經元之輸入與輸出。此處之柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路共有 R 個模糊規則。

柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路的訊號傳遞過程與基本函數描述如下：輸入層之輸入為 v_m 並直接輸出至第 1 層即模糊層。模糊層函數被令為高斯函數(Gaussian-type membership function)，定義如下：

$$\mu_{mr}(v_m) = \mathbf{exp}\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{v_m - \bar{v}_{mq}}{\sigma_{mr}}\right)^2\right) \quad m = 1, 2, ..., M, \tag{2}$$

$\bar{v}_{mq}$ 與 σ_{mr} 分別為高斯函數之均值與標準差，v_m 為高斯函數之輸入值。

第 2 層為規則推論層(rule inference layer)，規則推論層之第 r 個模糊規則中之輸出為模糊層之輸出值之乘積，其表示式如下：

$$\bar{\mu}_r(\mathbf{V}) = \prod_{m=1}^{M} \mu_{mr}(v_m), \quad r = 1, 2, \cdots, R \tag{3}$$

$\bar{\mu}_r(\mathbf{V})$ 為 $\mathrm{v_m}$ 之輸入值符合第 r 個規則之程度。

第 3 層為正規化層，相關之 $\bar{\mu}_r(\mathbf{V})$ 於正規化層經正規化之歸屬函數為

$$\varphi_r = \frac{\bar{\mu}_r(\mathbf{V})}{\sum_{r=1}^{R} \bar{\mu}_r(\mathbf{V})}, \tag{4}$$

第 4 層為歸納層(consequent)，歸納層主要由柴比雪夫遞迴式小波類神經網路構成。於此層之柴比雪夫遞迴式小波類神經網路之輸出層之神經元之輸出值為模糊規則之結論。輸出層之第 r 個神經元之輸出為

$$\hat{y}_r(n) = F_o(net_r) = \sum_{j=1}^{J} w_{rj} h_j(n) \tag{5}$$

第 5 層與第 6 層為解模糊化層。經由解模糊化層，柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路輸出為

$$\hat{y}(n) = \sum_{r=1}^{R} \varphi_r \hat{y}_r(n) \text{。} \tag{6}$$

第 7 層為柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路於時間 n, n-1, n-2, … 等之輸出值，經由第 8 層得到柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路輸出值與系統之輸出值間之誤差。柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路利用誤差倒傳遞法則(back propogation algorithm)調整模糊規則之前件部（antecedent）與後件部（consequent）之參數。

二、柴比雪夫遞迴式小波類神經網路

定義於$[-1,\ 1]$區間之函數$f(v)$可以由N_ϕ階之柴比雪夫多項式表示

$$f(v)=\sum_{i=0}^{N_\phi}\zeta_i\phi_i(v) \tag{7}$$

其中ζ_i為柴比雪夫係數，$\phi_i(x)$為第i項柴比雪夫多項式，而柴比雪夫多項式可以表示為

$$\begin{aligned}&\phi_0(v_m)=1\\&\phi_1(v_m)=v_m\\&\quad\vdots\\&\phi_i(v_m)=2v_m\phi_{i-1}(v_m)-\phi_{i-2}(v_m),\ \ i\geq 2\end{aligned} \tag{8}$$

柴比雪夫遞迴式小波類神經網路之輸入值$\mathrm{V_m}$經過柴比雪夫多項式之擴張形成$\phi_0(v_m),\cdots,\phi_i(v_m)$之$i$維的輸入向量如式(8)所示。柴比雪夫遞迴式小波類神經網路之架構如圖 2 所示。$\mathbf{V}=(\mathbf{X},\mathbf{Y})^T$為柴比雪夫遞迴式小波類神經網路之輸入變數，經由柴比雪夫多項式後分別形成$\phi_i(v_m)$之i維柴比雪夫遞迴式小波類神經網路的輸入向量並且和適當之權重相乘，再加上隱藏層之迴授訊號形成隱藏層神經元之輸入值如式(9)所示。柴比雪夫遞迴式小波類神經網路的之隱藏層可表示為

$$h_j(n)=F_h\left(\frac{(\mathrm{w}_{\mathrm{jh}}h_j(n-1)+\sum_{i=1}^{N}w_{ji}\phi_i(v_m))-b_j}{a_j}\right) \tag{9}$$

其中$F_h(t)=\cos(1.75t)\exp(-\frac{t^2}{2})$，為 Morlet 母小波並且為隱藏層之激發函數，ϕ_i為第i項之柴比雪夫多項式，$h_j(n)$分別為隱藏層之第j個神經元之輸出值，$h_j(n-1)$隱藏層之第j個神經元之迴授訊號並且其權重值為w_{jh}。N為輸入層之神經元數目，w_{ji}為輸入層之第i神經元與隱藏層之第j個神經元間之權重值，柴比雪夫遞迴式小波類神經網路的輸出層之第r個神經元之輸出為

$$\hat{y}_r(n)=F_o(net_r)=\sum_{j=1}^{J}w_{rj}h_j(n) \tag{10}$$

w_{rj}為隱藏層之第j個神經元與輸出層之第r個神經元間之權重值。$\hat{y}_r$柴比雪夫遞迴式小波類神經網路的輸出層之第r個神經元之輸出，並作為第r個模糊規則之結論值。

三、學習法則

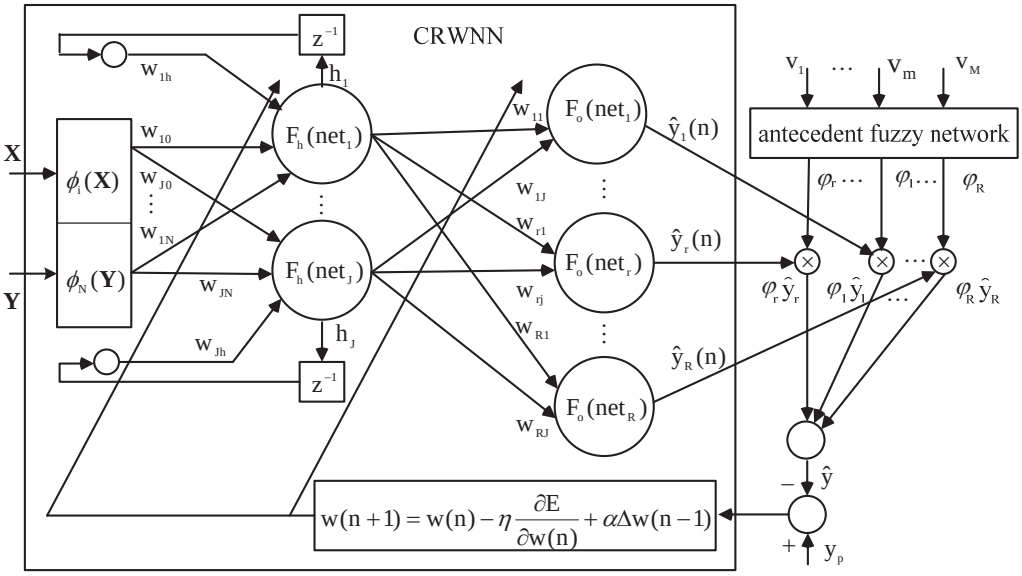

圖 2 柴比雪夫遞迴式小波類神經網路架構。

本研究以誤差倒傳遞法則調整柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路之模糊規則之前件部與後件部之參數，並使成本函數值（cost function）最小化。成本函數值定義為：

$$E=\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{M}(y_p(n)-\hat{y}(n))^2=\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{M}e(n)^2 \tag{11}$$

$y_p(n)$ 定義為期望輸出值，而 $\hat{y}(n)$ 定義為柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路之輸出值，鑑別誤差 $e(n)$ 為期望輸出值 $y_p(n)$ 與柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路之輸出值間 $\hat{y}(n)$ 之差異。在學習過程，柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路之前件部與後件部之參數皆同時以倒傳遞法則調整。由遞迴式類神經網路之輸出層傳遞之鑑別誤差為

$$\delta_o=\frac{\partial E}{\partial net_r}=e(n)\frac{\partial e(n)}{\partial\hat{y}(n)}\frac{\partial\hat{y}(n)}{\partial\hat{y}_r(n)}=-e(n)\varphi_r \tag{12}$$

因此調整輸出層權重所採用之最陡坡降法(Method of Steepest Descent)之誤差方程式為

$$\frac{\partial E}{\partial w_{rj}}=e(n)\frac{\partial e(n)}{\partial\hat{y}(n)}\frac{\partial\hat{y}(n)}{\partial\hat{y}_r(n)}\frac{\partial\hat{y}_r(n)}{\partial w_{rj}}=\delta_0 h_j(n) \tag{13}$$

調整隱藏層權重、小波尺度與平移參數之最陡坡降法誤差方程式為

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial w_{ji}} &= e(n)\frac{\partial e(n)}{\partial \hat{y}(n)}\frac{\partial \hat{y}(n)}{\partial \hat{y}_r(n)}\frac{\partial \hat{y}_r(n)}{\partial h_j(n)}\frac{\partial h_j(n)}{\partial net_j}\frac{\partial net_j}{\partial w_{ji}} \\ &= \delta_o w_{rj}\frac{\partial F_h(net_j)}{\partial net_j}\ \phi_i(v_m)\end{aligned} \quad (14)$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_j} = e(n)\frac{\partial e(n)}{\partial \hat{y}(n)}\frac{\partial \hat{y}(n)}{\partial \hat{y}_r(n)}\frac{\partial \hat{y}_r(n)}{\partial h_j(n)}\frac{\partial h_j(n)}{\partial net_j}\frac{\partial net_j}{\partial a_j} \quad (15)$$

$$\frac{\partial E}{\partial b_j} = e(n)\frac{\partial e(n)}{\partial \hat{y}(n)}\frac{\partial \hat{y}(n)}{\partial \hat{y}_r(n)}\frac{\partial \hat{y}_r(n)}{\partial h_j(n)}\frac{\partial h_j(n)}{\partial net_j}\frac{\partial net_j}{\partial b_j} \quad (16)$$

遞迴式類神經網路更新後之輸出層權重為

$$w_{rj}(n+1) = w_{rj}(n) - \eta\frac{\partial e(n)}{\partial w_{rj}(n)} + \alpha\Delta w_{rj}(n-1) \quad (17)$$

更新後之隱藏層權重

$$w_{ji}(n+1) = w_{ji}(n) - \eta\frac{\partial e(n)}{\partial w_{ji}(n)} + \alpha\Delta w_{ji}(n-1) \quad (18)$$

其中η與α分別代表學習速率與動量因子（momentum factor），$\Delta w_{ji}(n-1)$ 與 $\Delta w_{rj}(n-1)$ 分別代表在$(n-1)$次之訓練階段之權重更新值。

更新之小波尺度(dilation)與平移(translation)參數

$$a_j(n+1) = a_j(n) - \eta\frac{\partial E}{\partial a_j(n)} + \alpha\Delta a_j(n) \quad (19)$$

$$b_j(n+1) = b_j(n) - \eta\frac{\partial E}{\partial b_j(n)} + \alpha\Delta b_j(n) \quad (20)$$

更新之歸屬層參數$\bar{v}_{mr}$與σ_{mr}分別為

$$\bar{v}_{mr,new} = \bar{v}_{mr,old} - \eta_v\frac{\partial E}{\partial \bar{v}_{mr}}, \quad (21)$$

和

$$\sigma_{mr,new} = \sigma_{mr,old} - \eta_\sigma\frac{\partial E}{\partial \sigma_{mr}} \quad (22)$$

其中η_v為歸屬層參數$\bar{v}_{mr}$之學習速率，η_σ為歸屬層參數σ_{mr}之學習速率。當誤差值與誤差梯度小於預設值時，訓練程序停止。

參、單軸平台系統描述

在本研究中所使用的單軸平台是利用交流無刷伺服馬達驅動滾珠螺桿來推動平台,如圖 3 所示，滾珠螺桿之螺距為 5mm，行程為 300mm。平台位置由解析精度1μm之光學尺量測，平台位置由置於電腦之 AD/DA 伺服控制卡控制（MRC-

6810），系統各部位之訊號均可直接擷取並在 MATLAB 環境下控制、觀察與記錄分析。AD/DA 伺服控制卡具有 12-bit, 10μS，四通道之 A/D，與 12-bit, 5μS，四通道之 D/A。

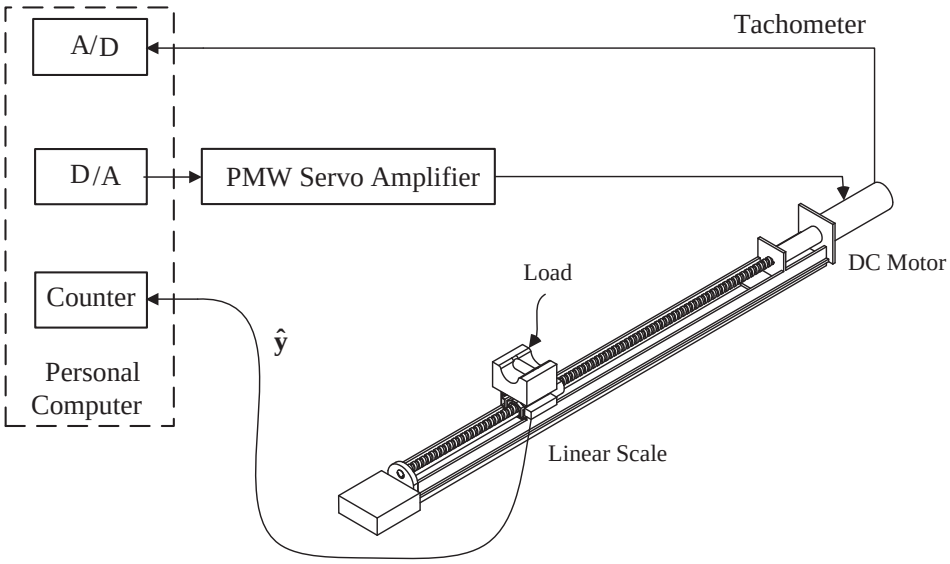

圖3 單軸平台實驗架構

肆、模擬結果

本文以柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路建構受摩擦力，導螺桿背隙等外力擾動之單軸平台驅動系統的鑑別模型。鑑別結果由均方誤差(MSE)表示，均方誤差可表示為：

$$MSE = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(y_p(i) - \hat{y}(i))^2 \tag{23}$$

其中 y_p 為單軸平台系統之輸出，$\hat{y}$ 為柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路之輸出，N 為樣本之數量。於訓練鑑別模型時所運用之串並聯模型為：

$$\hat{y}(n) = f(y_p(n-1), u(n-1)) \tag{24}$$

柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路以柴比雪夫多項式為擴張函數並作為系統輸入向量，擴張函數之柴比雪夫多項式為：

$$
\begin{aligned}
&\phi_0(x(n-1)) = 1; \\
&\phi_1(x(n-1)) = x(n-1); \\
&\phi_2(x(n-1)) = 2x^2(n-1) - 1; \\
&\phi_1(y_p(n-1)) = y_p(n-1); \\
&\phi_2(y_p(n-1)) = 2y_p^2(n-1) - 1; \\
&\phi_3(y_p(n-1)) = 4y_p^3(n-1) - 3y_p(n-1); \\
&\phi_4(y_p(n-1)) = 8y_p^4(n-1) - 8y_p^2(n-1) + 1;
\end{aligned}
\tag{25}
$$

於訓練階段單軸平台之馬達驅動電壓為振幅$3V$之正弦波，正弦波之頻率由 3 rad/sec 連續增加至 8 rad/sec，系統之輸出為平台之位置，由光學尺量測，量測之平台之位置如圖 4 所示。柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路之學習速率 η、η_v、η_σ 分別為0.2、0.003 與 0.003。動量因素α為0.15。柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路之鑑別模型之均方誤差(MSE)為 2.05×10^{-7}。適應性網路模糊推理系統模型之學習速率 η、η_v、η_σ 分別為 0.3, 0.0001, 與 0.0001。動量因素α為0.15。遞迴式類神經網路模型之學習速率η與動量因素α分別為0.05與0.015。柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路、適應性類神經模糊推論系統與遞迴式類神經網路模型之均方誤差如表 1 所示。柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路、適應性類神經模糊推論系統與遞迴式類神經網路模型之訓練誤差如圖 5 所示

由鑑別結果可知柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路較適應性網路模糊推理系統模型與遞迴式類神經網路模型更能準確的表現出平台於膠著滑動之摩擦力作用下之動態特性。

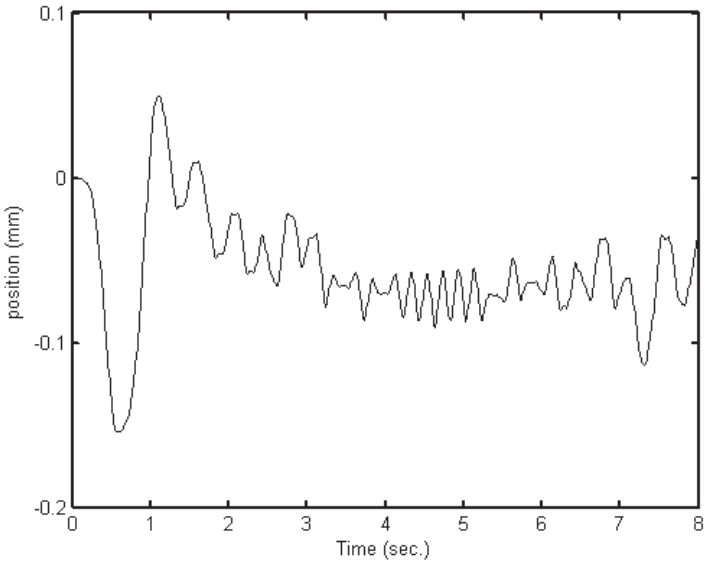

圖 4 單軸平台之實際位置響應。

表 1. CRWNF、ANFIS、RNN 鑑別模型於訓練階段與鑑別階段之均方誤差

	training phase			validation phase		
	CRWNF	ANFIS	RNN	CRWNF	ANFIS	RNN
MSE	2.05×10^{-7}	4.01×10^{-5}	2.98×10^{-5}	7.65×10^{-7}	7.68×10^{-5}	5.67×10^{-6}

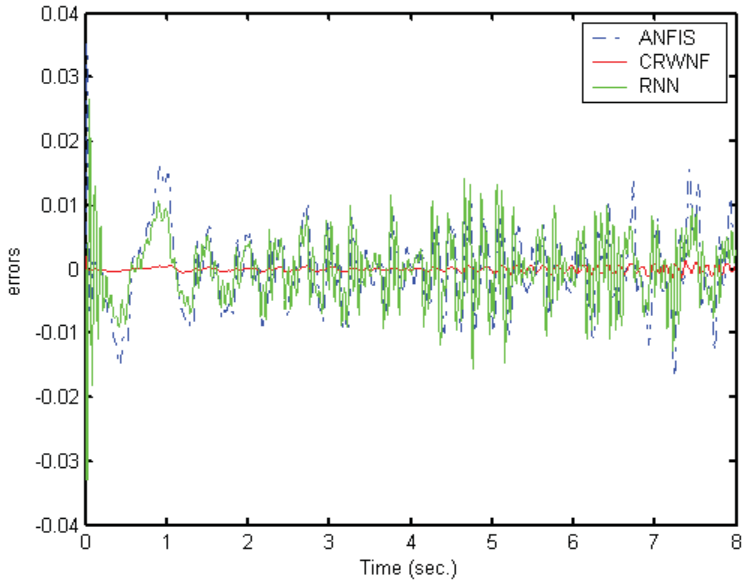

圖 5 單軸平台週期響應之柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路、適應性類神經模糊推論系統與遞迴式類神經網路模型之訓練階段誤差。

伍、結論

本文提出一個利用柴比雪夫多項式為擴展函數之柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路，以此柴比雪夫遞迴式小波類神經網路為柴比雪夫類神經模糊網路的推論系統。並且以柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路為單軸平台之鑑別模型。另一方面以遞迴式類神經網路、適應性網路模糊推理系統等兩種伺服系統為單軸平台鑑別模型。經模擬結果可知柴比雪夫遞迴式小波類神經模糊網路較遞迴式類神經網路、適應性網路模糊推理系統等更能準確的表現出平台於膠著滑動之摩擦力作用下之動態特性。

參考文獻

1. Narendra, K. S., 1990, “Parthasarthy, K., Identification and control of dynamical systems using neural networks,” IEEE Transactions on Neural Network, Vol. 1 (1), pp. 4-27.
2. Zhang, J., and Morris, A. J., 1999, “Recurrent Neuro-Fuzzy Networks for Nonlinear Process Modeling,” IEEE Transactions on Neural Networks, Vol. 10 (2), pp. 313-326.
3. Zadeh, L. A. , 1965, “Fuzzy sets,” Inform. Control, Vol. 8, pp. 338-352.
4. Kosko, B., 1994, “Fuzzy systems as universal approximators,” IEEE Transactions on Computers, Vol. 43 (11), pp. 1329-1333.
5. Castro, J. L. , 1995, “Fuzzy logic controllers are universal approximators,” IEEE Transactions on. Systems, Man Cybernet, Vol. 25 (4), pp. 629-635.
6. Ying, H. Ding, Y., Li, S., and Shao, S., 1999, “Comparison of necessary conditions for typical Takagi-Sugeno and Mamdani fuzzy systems as universal approximators,” IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A, Vol. 29 (5), pp. 508 – 514.
7. Takagi, T. and Sugeno, M., 1985, “Fuzzy Identification of systems and Its applications to modeling and control,” IEEE Transaction on Systems Man Cybernet. SMC-15, pp. 116-132.
8. Kim , J., and Kasabov,N., 1999, “ANFIS: Adaptive neuro-fuzzy inferencesystems and their application to nonlinear dynamical systems,” *NeuralNetw.*, Vol. 12 (9), pp. 1301–1319.
9. Paiva, R. P., and Dourado, A., 2004, “Interpretability and learning in neuro-fuzzy systems,” FUZZY Sets and Systems, Vol. 147 (1), pp. 17-38.
10. Jang, J. S. R., 1993, “ANFIS: Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System,” IEEE, Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. 23 (3), pp. 665-685.
11. Jang, J. S. R., 1994, “Structure Determination in Fuzzy Modeling: a Fuzzy CART Approach,” Proceedings of the third IEEE International conference on Fuzzy Systems, Orlando, Florida. Vol. 1, pp. 480-485.
12. Lee, T.T., and Jeng, J.T., 1998, “The chebyshev polynomial based unified model neural networks for function approximations,” IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, part B, Vol. 28 (6), pp. 925–935.

13. Patra, J. C., Pal, R. N., Chatterji, B. N., and Panda, G., 1999, "Identification of Nonlinear Dynamic Systems Using Functional Link Artificial Neural Networks," IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, Vol. 29 (2), pp. 254-262.
14. Purwar, S., Kar, I. N., and Jha, A. N., 2007, "On-line system identification of complex systems using Chebyshev neural networks**,"** Applied Soft Computing Journal, Vol. 7 (1), pp. 364-372.
15. Patra, Jagdish C., and van den Bos, Adriaan, 2000, "Modeling of an intelligent pressure sensor using functional link artificial neural networks," ISA Transactions, Vol. 39 (1), pp. 15-27.
16. Chen,Cheng-Hung, Lin,Chin-Teng, and Lin,Cheng-Jian,2007," a Functional-Link Based Fuzzy Neural Network for Temperature Control," Proceedings of the 2007 IEEE Symposium on Foundations of Computational Intelligence, pp. 53-58.
17. Chen, Cheng-Hung, Lin, Cheng-Jian, and Lin, Chin-Teng, 2007, "a Recurrent Functional-Link-Based Neural Fuzzy System and Its Applications." Proceedings of the 2007 IEEE Symposium on Foundations of Computational Intelligence, pp. 415-420.
18. Zhang, Q., and Benveniste, A., 1992, "Wavelet networks," IEEE Trans. Neural Networks, Vol. 3, pp889–898.
19. Hou, Zhixiang, Shen, Quntai and Li, Heqing, 2003, "Nonlinear system identification based on ANFIS," Proceedings of the 2003 International Conference on Neural Networks and Signal Processing**,** Vol. 1, pp.510 – 512.
20. Denai, M.A., Palis, F., and Zeghbib, A, 2004, "ANFIS based modelling and control of non-linear systems : a tutorial," 2004 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernatics**,** Vol. 4, pp. 3433 – 3438.
21. Wang, T., and Sugai, Y., 1999, "A wavelet neural network for the approximation of nonlinear multivariable function," IEEE Int. Conf. Syst. Man Cybern. Vol. 3, pp378–383.
22. Lin, C.J. Chin, C.C., and Lee, C.L., 2003, "A wavelet based neuro-fuzzy system and its applications," Proc. Int. Joint Conf. Neural Networks, Vol. 3, pp1921–1926.
23. Yilmaz, Sevcan and Oysal, Yusuf, 2010, "Fuzzy Wavelet Neural Network Models for Prediction and Identification of Dynamical Systems," IEEE Transactions on Neural Networks, Vol.21 (10), pp.1599-1609.