應用 Fuller 級配曲線高性能混凝土配比模式之研究

謝素蘭

南亞技術學院土木與環境工程系

摘要

本文以 Fuller 理想曲線之級配模式，經由偏差函數 $R^2 = \sum_{j=1}^{m}\left(\sum_{i=1}^{n} \mathrm{Pv}_i a_{i,j} - k_j\right)^2$ 推導各種粒料間之組合秩序，並利用電腦數值分析各篩號之用量體積比，最後藉由實驗數據得到最佳之粒料級配曲線，並與實際堆積配比結果比較，期能以數值分析模式，建立自充填混凝土(SCC)緻密配比方法，甚至推廣至多種粉細材料組合之活性粉混凝土(RPC)上。

關鍵字：富勒級配曲線，自充填混凝土(SCC)，偏差函數，緻密配比(DMDA)，活性粉混凝土(RPC)

*e-mail: sslan@nanya.edu.tw Tel: 3-4361070 ext. 3103

A Approach of Mix Design Method for HPC by Fuller's Ideal Curve

S. L. Hsieh

Abstract

This study is mainly aimed at to apply Fuller's ideal gradation curve to the design of high proformonce concrete (HPC) with the aid of error function $R^2 = \sum_{j=1}^{m}\left(\sum_{i=1}^{n} \mathrm{Pv_i} a_{i,j} - k_j\right)^2$. The result shows the mixture proportion of solid particles designed by Fuller's curve reaches the maximum density higher than conventional mixture design methods including the densified mixture design algorithm (DMDA). This approach provides a basic numerical analysis model for designing SCC with less water and cement content. Furthermore, this approach can be applied to other concrete material containing nano size particle such as reactive power concrete (RPC).

Keyword: Fuller's ideal gradation curve, self-compacting concrete (SCC), error function, maximum density, densified mixture design algorithm (DMDA), reactive power concrete (RPC)

壹、前言

一般高性能混凝土[1]和日本自充填混凝土，本質上皆沿用傳統 ACI 模式配比[1]，以用水量滿足工作性為首要考慮條件，此舉常導致多水、高水泥用量之結果，除了容易造成混凝土產生泌水或析離現象外，體積穩定性將不佳；根據美國混凝土委員會的研究顯示，降低用水量為減少泌水及增加體積穩定性最主要策略[3]。為了減少水量又達到良好工作性，黃氏研究群透過簡單的緻密堆積原理，以實驗獲得混合粒料（粗骨材、細骨材和飛灰）之最大單位重，此舉可降低潤滑水泥漿體積量。然而材料種類較少時，可以利用實驗方式，簡單地得到混合料之參數(α、β)[1]。但是如果粒料種類超過三種以上，尤其細粉粒料，堆積相當困難，因此有必要借助數值方法求得粒料間之排列秩序。有關緻密理論為出發點之 Fuller 級配曲線，雖已成功應用在瀝青混凝土上，而水泥混凝土雖有類似觀點，但目前僅使用於粗細骨材兩種粒料的混合，並未有效被利用於微細顆粒上[2]。本文將承襲優生高性能混凝土的緻密觀念，透過古典 Fuller 曲線的架構分析，以縮減實驗堆積過程的繁複工作，並藉由傳統實驗堆積、ACI 配比及日本自充填之比較，以瞭解理論曲線緻密堆積可行性，進而建立合理化之數位化資訊。

貳、文獻探討

混凝土配比方法不斷地演進，在台灣由最初之簡易例定體積法(1:1:2、1:2:4….)，改良至較精準之重量法，但過於重視水泥漿性質的結果，卻忽略粒料(骨材)所扮演的角色，以致混凝土大都採用高水泥漿量的配比[1]。後續研究發展至緻密堆積的探討，目前企需將配比數值化，惟有仰賴 Fuller 理想曲線理論。對於粒料模型的建立，首見於 1909 年 Fuller 和 Thomson 之理論，最早為固體顆粒粒徑分佈定義之曲線[4]，其公式為：

$$P = 100\left(\frac{d}{D}\right)^h \quad ，h = \tfrac{1}{3} \sim \tfrac{1}{2}$$

其中　P：小於粒徑 d 之粒料總量；

D：粒料最大粒徑；

d：各篩之尺寸。

當 h =0.5 時，代表最大密度理論曲線，而北美地區瀝青混凝土則使用 h = 0.45 之 Fuller 曲線作為粗細骨材級配之依據[5]，以得到最大乾搗密度，使粒料空隙率最小，達到骨材互制之效果。

有關理想骨材級配之應用，陸續有學者提出，如表一所示，包括 Bolomey、Feret、Popovics 和 Faury 等，其中 1926 年瑞士學者 Bolomey 強化足夠數量微細顆粒的重要性，特別保障細料至少 10% ，以確保混凝土具有良好之工作性，而

將公式修正為：$P = 10 + 90\sqrt{\frac{d}{D}}$。 法國 Feret 理論係以獲得混凝土最大密度和最高強度為原則，發展出強度法：

$$R = K(\frac{C}{C+E+V})2 = K\left(\frac{1}{1+\frac{E+V}{C}}\right)2$$

其中，C、E、V 分別為水泥、水、空隙的絕對體積；

K 為常數，視水泥強度而定。

因此，混凝土強度為 $\frac{C}{E+V}$ 之函數，當水泥量固定，若用水量及空隙率能達到最小值，換言之，水泥漿的品質愈佳，則強度將會最高[7]。

法國綜合級配法係將配比擴大為整個混凝土固體顆粒材料的部份，亦即為粗骨材-細骨材-水泥三元材料之級配規則：

$$P = A + (100 - A)\sqrt{\frac{d}{D}}$$

其中，A－水泥佔所有乾燥材料之比例，一般為 4~12。

根據 1892Feret 理論，持續被發展為連續級配理論(granulometrie continue)及不連續級配理論(granulometrie discontinue)。其中 Vallette &Viclley 研究之不連續級配理論，對於固體顆粒材料部分提及，混凝土骨材係由少數幾個粒級區間所構成，藉以形成間斷性之級配，而粒級間必須符合：

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{6} \sim \frac{1}{8}$$

其中，d_1：第一粒級之平均粒徑

d_2：第二粒級之平均粒徑

粗骨材中 d_1 顆粒組成之空隙空間，恰為 d_2 顆粒充填進入，剩餘空間由細骨材填充，粗-細骨材之殘餘空間則由水泥漿填充，以此模式構成混凝土結構網。1955 年代英國公路研究記載中，提及 Mclntosh & Erntroy 之成果，係依據法國研究之級配理論，設計一系列典型骨材級配曲線之區域範圍，應用於英國公路工程及建築業[8,9]。

另外，1964 年 Liu[12]針對顆粒包圍理論，進行一系列之研究，發現混凝土顆粒間存在一共同的秩序關係，即固體顆粒在空間之分佈，屬於相互包圍及互相緊密之關係；因此，基於材料緻密之原則下，大顆粒之表面為次小顆粒群所環繞包圍，次小顆粒表面則為再小一級之細小顆粒所環繞包圍，而細小顆粒表面又為微小粒子所環繞包圍，直至未水化的水泥粒子被水化產物所環繞包圍為止。研究亦顯示，固體顆粒能協調不互相干涉才能達到緻密效果，當包圍數 n = 6 時可能為較佳之級配，此相當於原子結構之八面積(Octahedral)結構。

然而上述早期應用 Fuller's Curve 的範圍，大部份集中在 ASTM #100 篩(150μm)以上之顆粒分佈，對於近代添加飛灰、爐石、矽灰等小於 150μm 的高性能混凝土(HPC)及 RPC 而言，嫌少將之引用在級配上，有必要深入探討。

表一、各學者級配曲線理論之比較

學　者	公　　式	備　　註
Fuller& Thompson (1909)	$P=100\left(\frac{d}{D}\right)^{h}$	P —通過總量(%) d —篩孔尺寸(㎜) D—最大粒料尺寸(㎜) A —當乾粒料(包含水泥)為 100 時，水泥所佔的百分比(相對絕對體積)，A = 4~12。 g 、i 、h —常數 $h=\frac{1}{3}\sim\frac{1}{2}$ (Fuller 建議)
Talbot& Richart (1923)	$P=100\left(\frac{d}{D}\right)^{1/3}$	
Bolomey (1926)	$P=10+90\sqrt{\frac{d}{D}}$	
Feret (1936)	$P=A+(100-A)\sqrt{\frac{d}{D}}$	
Zurich 聯邦實驗室	$P=50(\frac{d}{D}+\sqrt{\frac{d}{D}})$	
Popovics	$P=f(d)=g(\frac{d}{D})^{i}+(100-g)(\frac{d}{D})^{h}$	
Faury	$P=\frac{100}{\sqrt[5]{D/2}-0.365}(\sqrt[5]{d}-0.365)$	

叁、結果分析

一、應用 Fuller's curve 推演各顆粒材料之比例

採用 Fuller's 粒料理想級配曲線，如下式：

$$P=\left(\frac{d}{D}\right)^{h}，h=\frac{1}{3}\sim\frac{1}{2} \quad \text{.....(1)}$$

其中 P：小於粒徑 d 之粒料含量

D：粒料之最大粒徑

若以不同 h 值描繪出各種粒徑尺寸之累積通過率，如圖 1 所示，顯示 h 愈大，細粒料愈少；微分後(h =0.5)則可求出各粒徑之留篩率，其分佈情形如圖 2 所示。

1.粒料分佈基本定義

假設所用粒料種類(i)共有 n 種，篩分析粒徑(j)之篩號共有 m 個，而此篩分析資料為： $\mathrm{k_j} = \mathrm{Pv_i} * a_{i,j}$

其中

$a_{i,j}$：(0～1)，混合粒料中第 i 種粒料在 j 號篩上之留篩率。

$\mathrm{Pv_i}$：(0～1)，混合粒料中第 i 種粒料之體積百分率(%v)，$i = 1 \sim \mathrm{n}$ ；

k_j：(0～1)，依理論曲線計算所得理論第 j 號篩留篩率，$j = 1 \sim m$ 。

2.混合粒料級配曲線與理論曲線離散量 M

為使混合粒料所得之級配與 Fuller's curve 之理想曲線一致，茲將多篩號(j)之總留篩量與理論值之偏差量最小化，以求出最佳值。所以依最小平方法運算離散量如下：

$$M = R^2 = \sum_{j=1}^{m}\left(\sum_{i=1}^{n}\mathrm{Pv_i}a_{i,j} - k_j\right)^2$$

$$= \sum_{j=1}^{m}\left(\sum_{i=1}^{n-1}\mathrm{Pv_i}a_{i,j} + \mathrm{Pv_n}a_{n,j} - k_j\right)^2 \quad \text{.....(2)}$$

因 $\sum_{i=1}^{n}\mathrm{Pv_i} = 100\%$ ，所以可改寫為

$$\mathrm{Pv_n} = 1 - \sum_{i=1}^{n-1}\mathrm{Pv_i} \quad \text{.....(3)}$$

將(3)代入(2)式中，整理可得

$$M = \sum_{j=1}^{m}\left(\sum_{i=1}^{n-1}\left(a_{i,j} - a_{n,j}\right)\mathrm{Pv_i} + a_{n,j} - k_j\right)^2 \quad \text{.....(4)}$$

對(4)式之 M 對 $\mathrm{Pv_i}$ 進行偏微分，可求出 M 增加量($\mathrm{d}M$)與 $\mathrm{Pv_i}$ 之關係式。

$$\mathrm{d}M = \sum_{i=1}^{n-1}\frac{\partial M}{\partial \mathrm{Pv_i}}\mathrm{dPv_i} \quad \text{.....(5)}$$

當 M 有極大或極小值時，$dM = 0$，為使(5)式在任意 $\mathrm{dPv_1}$、$\mathrm{dPv_2}$、…、$\mathrm{dPv_{n-1}}$ 下均成立，則 $\mathrm{dPv_i}$ 後之乘式必為零，可得下列 $n-1$ 個條件式(6)~(8)。

$$\left(\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,m} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_{n,1} & a_{n,2} & \cdots & a_{n,m} \end{bmatrix}\right)$$

$$\times\left(\left(\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{2,1} & \cdots & a_{n-1,1} \\ a_{1,2} & a_{2,2} & \cdots & a_{n-1,2} \\ & \vdots & & \\ a_{1,m} & a_{2,m} & \cdots & a_{n-1,m} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_{n,1} & a_{n,1} & \cdots & a_{n,1} \\ a_{n,2} & a_{n,2} & \cdots & a_{n,2} \\ & \vdots & & \\ a_{n,m} & a_{n,m} & \cdots & a_{n,m} \end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix} \mathrm{Pv}_1 \\ \mathrm{Pv}_2 \\ \vdots \\ \mathrm{Pv}_{n-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{n,1} \\ a_{n,2} \\ \vdots \\ a_{n,m} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_m \end{bmatrix}\right) = 0$$

.....()

$$\left(\begin{bmatrix} a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,m} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_{n,1} & a_{n,2} & \cdots & a_{n,m} \end{bmatrix}\right)$$

$$\times\left(\left(\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{2,1} & \cdots & a_{n-1,1} \\ a_{1,2} & a_{2,2} & \cdots & a_{n-1,2} \\ & \vdots & & \\ a_{1,m} & a_{2,m} & \cdots & a_{n-1,m} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_{n,1} & a_{n,1} & \cdots & a_{n,1} \\ a_{n,2} & a_{n,2} & \cdots & a_{n,2} \\ & \vdots & & \\ a_{n,m} & a_{n,m} & \cdots & a_{n,m} \end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix} \mathrm{Pv}_1 \\ \mathrm{Pv}_2 \\ \vdots \\ \mathrm{Pv}_{n-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{n,1} \\ a_{n,2} \\ \vdots \\ a_{n,m} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_m \end{bmatrix}\right) = 0$$

.....(7)

$$\vdots$$

$$\left(\begin{bmatrix} a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & \cdots & a_{n-1,m} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_{n,1} & a_{n,2} & \cdots & a_{n,m} \end{bmatrix}\right)$$

$$\times\left(\left(\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{2,1} & \cdots & a_{n-1,1} \\ a_{1,2} & a_{2,2} & \cdots & a_{n-1,2} \\ & \vdots & & \\ a_{1,m} & a_{2,m} & \cdots & a_{n-1,m} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_{n,1} & a_{n,1} & \cdots & a_{n,1} \\ a_{n,2} & a_{n,2} & \cdots & a_{n,2} \\ & \vdots & & \\ a_{n,m} & a_{n,m} & \cdots & a_{n,m} \end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix} \mathrm{Pv}_1 \\ \mathrm{Pv}_2 \\ \vdots \\ \mathrm{Pv}_{n-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{n,1} \\ a_{n,2} \\ \vdots \\ a_{n,m} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_m \end{bmatrix}\right) = 0$$

.....(8)

將上式(6)至(8)整合得下式(10)

$$[\mathrm{Pv}]_{n-1} = \left[\left([A]_{i,j}^T - [1]_{n-1\times1}[A]_{n,j}^T\right)\left([A]_{i,j} - [A]_{n,j}[1]_{n-1\times1}^T\right)\right]^{-1} \times \left([A]_{i,j}^T - [1]_{n-1\times1}[A]_{n,j}^T\right)\left([k]_m - [A]_{n,j}\right)$$

.....(10)

將所得結果代入(3)式即可求得 Pv_n 值

其中 $[A]_{i,j} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{2,1} & \cdots & a_{n-1,1} \\ a_{1,2} & a_{2,2} & \cdots & a_{n-1,2} \\ & \vdots & & \\ a_{1,m} & a_{2,m} & \cdots & a_{n-1,m} \end{bmatrix}$、$[A]_{n,j} = \begin{bmatrix} a_{n,1} \\ a_{n,2} \\ \vdots \\ a_{n,m} \end{bmatrix}$、$[\mathrm{Pv}]_{n-1} = \begin{bmatrix} \mathrm{Pv}_1 \\ \mathrm{Pv}_2 \\ \vdots \\ \mathrm{Pv}_{n-1} \end{bmatrix}$、

$[k]_m = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_m \end{bmatrix}$、$[1]_{n-1\times1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$

經由(1)式至(10)式運算後，即可得到在所選定的 Fuller 曲線下，各粒料之最佳用量。

二、Fuller's curve 緻密化之應用實例

為印證 Fuller's curve 的效用，特別採用三種粒料－粗骨材 (粒徑大於 4.75mm)、細骨材(介於 2.36mm 及 150μm)及飛灰(小於 75μm)，其相應粒徑及粒料編號，如表二所示。由 Fuller's curve 決定各粒料時，假設 h=0.5，$D=D_{max}$=19.0mm，則 $\frac{3}{8}''$ 之留篩率 $=100(\sqrt{\frac{d_{3/8}}{D}}-\sqrt{\frac{d_{\#4}}{D}})=100(\frac{\sqrt{9.5mm}-\sqrt{4.75mm}}{\sqrt{19.0mm}})=20.71\%$，依據此可推算出各篩號理想留篩百分率 k_j，如表二所示。依序則可推算出粗骨材、細骨材及飛灰之體積比例為 $Pv_1:Pv_2:Pv_3$ = 0.493 : 0.411 : 0.089。基本上，依 Fuller's curve 之精神填塞，粒徑愈小之顆粒，則含量應愈少；此結果顯示為合理的。如必須轉換成重量關係，則需乘各粒徑材料之比重 γ_j，獲得 $Pw_1:Pw_2:Pw_3$=12.97:10.73:1.93，以區別傳統單一材料具有近
似的比重值。依據傳統實驗緻密配比方法，實際堆積的結果，飛灰取代砂之最佳比例 $\alpha=\frac{w_{flyash}}{w_{sand}+w_{flyash}}=0.14$，而(飛灰+砂)佔所有粒料之最佳比例

$$\beta=\frac{w_{sand}+w_{flyash}}{w_{stone}+w_{sand}+w_{flyash}}=0.524$$ 。

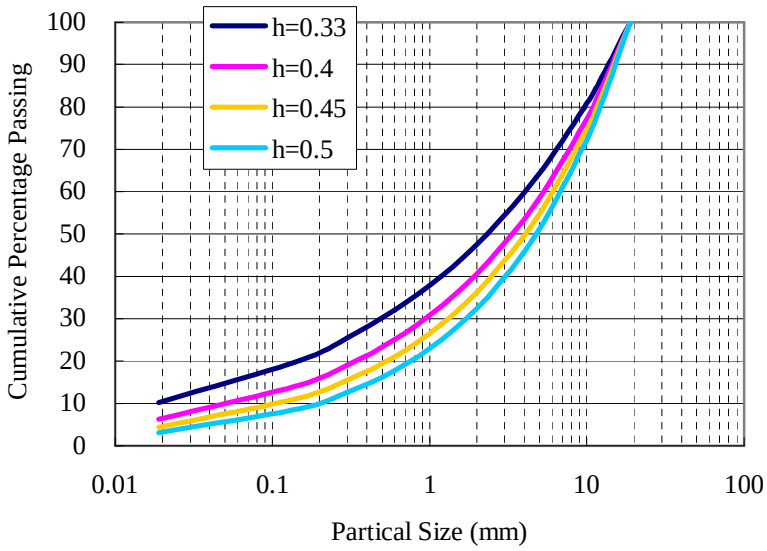

圖 1、不同指數之累積留篩率

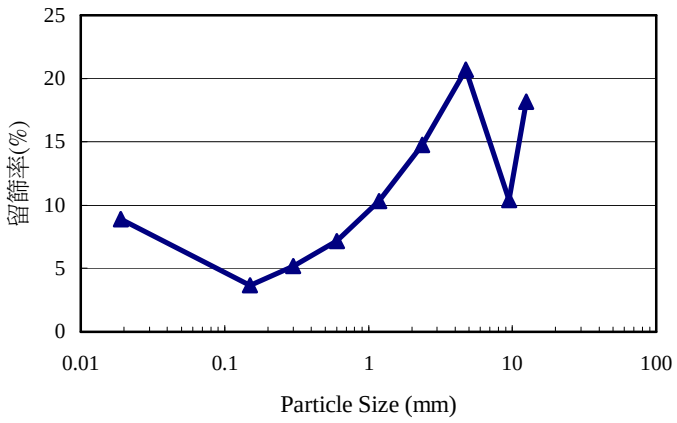

圖 2、粒徑大小對留篩率之影響(h = 0.5)

表二、粒料編號及理想留篩率

篩號	飛灰	細粒料範圍					粗粒料範圍			
	小於 #100	#100	#50	#30	#16	#8	#4	$\frac{3}{8}''$	$\frac{1}{2}''$	$\frac{3}{4}''$
標稱孔徑 $d_{i,j}$ (*mm*)	0.019	0.15	0.30	0.60	1.18	2.36	4.75	9.5	12.5	19.0
粒徑編號 (j) / 粒料種類(i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
粗粒料 i =1	$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	$a_{1,3}$	$a_{1,4}$	$a_{1,5}$	$a_{1,6}$	$a_{1,7}$	$a_{1,8}$	$a_{1,9}$	$a_{1,10}$
細粒料 i =2	$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	$a_{2,3}$	$a_{2,4}$	$a_{2,5}$	$a_{2,6}$	$a_{2,7}$	$a_{2,8}$	$a_{2,9}$	$a_{2,10}$
飛灰 i =3	$a_{3,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
理想留篩率 k_j	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9	k_{10}
$D_{\max} = 19\ mm$ (h=0.5)，k_j(%)	8.88	3.68	5.20	7.15	10.32	14.76	20.71	10.4	18.19	0

三、不同指數(*h*)對緻密程度之影響

Fuller 理想級配曲線，係以粒徑比之指數(*h*)關係作為此理想曲線的拋物線，當 *h* 愈大，細粒料愈少，相對粗粒料較多，如圖二所示。茲將不同 *h* 值計算所得之粗骨材-細骨材-飛灰粒料，依比例混合後，由實驗求得之鬆容積重，如圖 3 所示，顯示 *h* = 0.5 之鬆容積重最大，達 2077 kg/m^3。換言之，針對水泥混凝土以 h=0.5 可獲得最小之顆粒間空隙(Void)如此在物理最緻密條件下，只要少量水泥漿加上介面潤滑劑(surfactance)，則可獲取不同之流變特性，甚至可流動的混凝土材料。

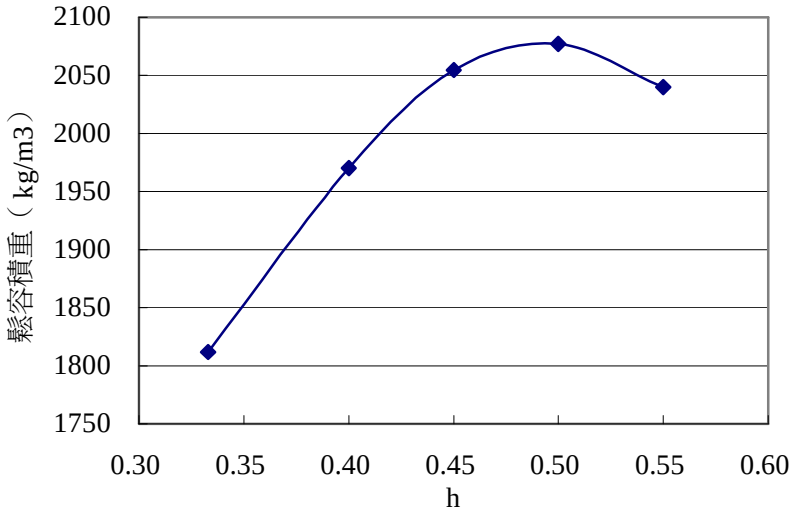

圖 3、h 值對緻密度之影響

四、理論級配曲線配比法與傳統實驗緻密配比之比較

在台灣黃氏傳統實驗緻密配比[1]為了確保混凝土內部結構穩定，強調顆粒材料惰性部分(粗、細粒料及卜作嵐材料)必須達到最大體積使用量，因此藉由實驗求得最大鬆容積重，以得到此狀態下各粒料間混合重量比($\alpha = Max(\frac{W_{fly}}{W_{fly}+W_{sand}})$、$\beta = Max(\frac{W_{fly}+W_{sand}}{W_{fly}+W_{sand}+W_{stone}})$)及最小空隙率($V_v$)。日本自充填混凝土配比則依據日本建築學會(JASS 5 1997)併用系之規範，首先決定粗骨材用量（參考 JASS 5 1997 建議），依序決定細骨材、單位水量、水粉體比及強塑劑用量。本研究依據 Fuller 之級配理論，經由電腦分析所得之粒料混合關係，如表三所示，相較於其他配比方法之粒料比例[ACI]、[SCC]，理想曲線法所使用之粗骨材較其他配比方法為高，而 FA/(FA+S+sl)值最低，ACI 配比次低，日本自充填 SCC 則最高。如前所述 ACI 和日本自充填係以工作性決定用水量，仍然以水泥為考量基準，為 180~200kg/m^3，以致於細骨材比粗骨材多，類似於砂漿的行為，粗骨材間空隙大，粒料則無法達到緻密。而理論與堆積實驗之粗骨材較細骨材多，大顆粒增加，互制效應提高，因此需使用介面活性劑克服流動性問題，但水泥量降低，水化熱減少，產生龜裂機率降低，耐久性相對會增加。而日本 SCC 之粉細顆粒材料（飛灰+爐石）之用量最多，顯示日本自充填混凝土主要以流動性為考量；對於微細材料和細粒料佔所有顆粒材料之比例關係(β)而言，理想曲線法則會最低，顯示其粗骨材使用量較其他方法高。

另外，以飛灰佔細粒料之比例關係比較，如圖 4 所示，顯示理想曲線法對於

微細材料之使用比例最低，約為 5.24% ，而實驗緻密配比之飛灰含量最高，達 11.87% 。

表三、不同設計方法之粒料比較表（w/b = 0.32）

Material / 粒級(um) / Mixed Method	粗骨材 19100~4750	細骨材 4750~150	飛灰 150~0.47	爐石 100~0.32	FA/(FA+S+sl)	α (%)	β(%)
理想曲線(*h*=0.5)	1031	915	52	25	5.24	10.8	49.5
ACI 配比	868	979	82		7.73	11.2	55.0
日本自充填[15] (JASS)	804	876	113	48	10.10	26.4	55.0
優生緻密配比 (DAMA)	927	884	121	14	11.87	14.0	52.4

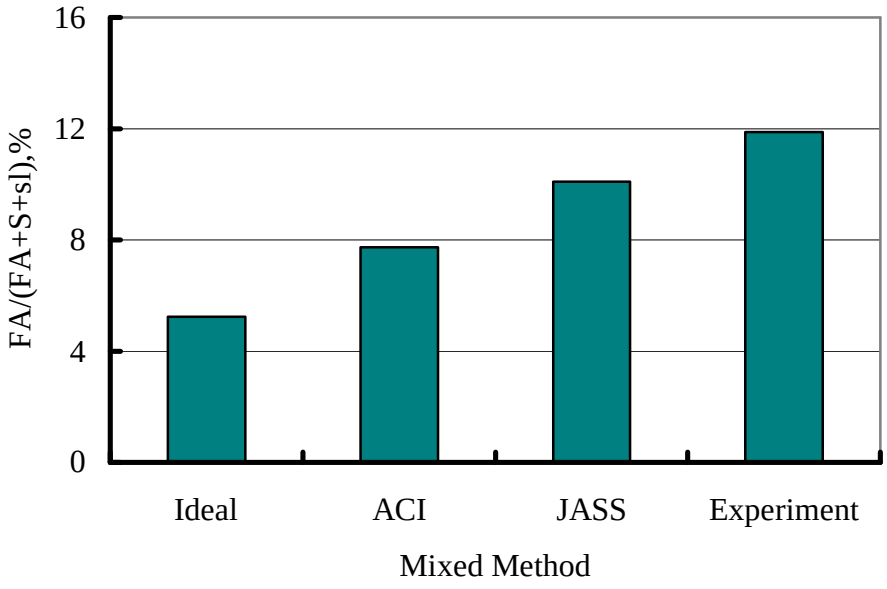

圖 4、不同配比飛灰對細粒料之比例關係

肆、結論與建議

經由上述之理論推導、電腦模擬分析及實驗，對於理想曲線應用於混凝土粒料級配，可得以下結論：

1. 依據 Fuller 理想曲線，推導出各粒料之比例關係為：

$$[\mathrm{Pv}]_{n-1}=\left[\left([A]_{i,j}^{T}-[1]_{n-1\times 1}[A]_{n,j}^{T}\right)\left([A]_{i,j}-[A]_{n,j}[1]_{n-1\times 1}^{T}\right)\right]^{-1}\times\left([A]_{i,j}^{T}-[1]_{n-1\times 1}[A]_{n,j}^{T}\right)\left([k]_{m}-[A]_{n,j}\right)$$

   利用此公式求得混凝土各粒料之最佳體積比，引入各粒料之容積比重後，即得到最佳重量比；除使用於水泥混凝土外，亦可考慮應用於其他粉末混合。
2. 依據 Fuller's curve 之級配理論 其填塞原則為粒徑愈小之顆粒，含量越少，因此粗骨材用量大於細骨材，細骨材用量則大於飛灰。
3. 應用理論方法分析粒料混合比例，必須先做粒徑分佈，而實驗堆積方法則不需要，但較耗時費力，且是否達到真正緻密，深受人為及設備因素的影響。
4. 相較於其他配比設計，理想曲線法對於微細材料之使用比例最低，約為 5.24% ，而實驗緻密配比之飛灰含量最高，達 11.87% 。
5. 理論曲線法將有助應用於多種細粉料混合之 RPC 配比，甚至其他粉末冶金工程。

符號索引

P	小於 d 粒徑之粒料含量
D	粒料之最大粒徑，mm
$a_{i,j}$	第 i 種粒料之第 j 號篩留篩率
$\mathrm{p_{vi}}$	第 i 種粒料之體積比($\%v$)
$\mathrm{P_{wi}}$	第 i 種粒料之粒料重量比($\%w$)
k_j	依理論曲線計算所得理論第 j 號篩留篩率
M	離散量
$[A]_{i,j}$	$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{2,1} & \cdots & a_{n-1,1} \\ a_{1,2} & a_{2,2} & \cdots & a_{n-1,2} \\ & & \vdots & \\ a_{1,m} & a_{2,m} & \cdots & a_{n-1,m} \end{bmatrix}$ 矩陣
w_{stone}	每立方米混凝土之粗粒料用量，kg/m^3
w_{sand}	每立方米混凝土之細粒料用量，kg/m^3
w_{flyash}	每立方米混凝土之飛灰用量，kg/m^3
w_{slag}	每立方米混凝土之水淬爐石用量，kg/m^3

伍、參考文獻

1. 黃兆龍，「高性能混凝土－理論與實務」，詹氏書局，台灣，2003。
2. G. Shakhmenko & J. Birsh, “Concrete Mix Design and Optimization.” PhD Symposium in Civil Engineering. Budapest, 1998.
3. A. Neville, “How Useful is the Water-Cement Ratio.” Concrete International,Steptember 1999.
4. W. B. Fuller & J. E. Thompson, “The Laws of Proportioning Concrete.” A.S.C.E. Transavtions, Vol. LIX, 1926, p67~172.
5. K. A. MacDonald & M. Lukkarila, “Design Globally, Proportion Locally.” ACI Shotcrete, Summer 2003.
6. J. Bolomey, “Determination of Compressive Strength of Mortar & Concrete.” Schweiaeriche Bauzeitung, 1926, p26.
7. R. Feret, “Sur la Compactite des Mortiers Hydauliques,” 1892; Soc. d’Ind. Natl, 1897; Le Genie Civil, 1936.
8. L. Svoboda, “Design of Aggregate Mix.” CTU, Vol. A, Prague, 2002, p606~607.
9. J. D. Mclntosh & H. C. Erntroy, “The Workability of Concrtet Mixes with $\frac{3}{8}$ in Aggregates.” Cement Concrete Assoc. Res. Rep. London, 1955.
10. J. D. Mclntosh, “The use in mass Concrete of aggregate of large maximum size.” Civil Engineering, London, 1957.
11. C.F. Mora, A.K.H. Kwan & H.C. Chan, “Pareicle size distribution analysis of coarse aggregate using digital image processing,” Cem Con Res, 1998, 28(6), pp.921~93.
12. 劉崇熙，「混凝土集料包圍緻密理論」，水利學報，中國，1964，p59~64。
13. P. Richard & M. Cheyrezy, “Composition of Reactive Powder Concrete,” Cement and Concrete Research Vol.25, No.7, 1995.
14. M. Uzawa, Y. Shimoyama & S. Koshikawa, “Fesh and Strength Properties of New Cementitious Composite Material Using Reactive Power,” College of Industrial Technology, Nihon University, ISSN 0386-1678, 2005.
15. Okamura, H., “Self Compacting High Performance Concrete,” ACI Concrete Internation, July (1997).