微極性流體對具表面粗糙度步階軸承之效應分析

江新祿 [1*]　張銘豊 [2]　周祖亮

[1] 南亞技術學院機械工程系　副教授

[2] 南亞技術學院機械與機電工程碩士班　研究生

摘要

本文主要是要探討非牛頓微極性流體作用下之無限長二階步階軸承表面粗糙軸承的潤滑性能。微極性流體對軸承的性能影響，將採用 Eringen 理論模式，表面粗糙狀態採用 Christensen 隨機粗糙度模式，導出縱向及橫向粗糙度的隨機修正雷諾方程式，進而以數值模擬分析步階軸承受到微極性流體和表面粗糙度對潤滑性能之複合效應的影響，並以解析方法求出動態擠壓薄膜之壓力分佈，進一步計算出在不同微極性效應、粗糙度參數、形狀參數和步階軸承位置參數之情況下，對液動擠壓薄膜壓力、負載能力、負載中心和反應時間等軸承潤滑性能的影響。

研究結果顯示，相較表面光滑軸承，橫向粗糙度所建立之壓力分佈 P 較高，因此其所能承受之負載能力 W 也相對較高，同時，橫向粗糙度會使得軸承的負載中心 L_c 向出口處偏移，增加軸承的反應時間 τ。另一方面，微極性流體和流體特性長度，也會提高軸承之負載能力。隨著二段式步階軸承位置變化參數 B_1 的增加，步階軸承的負載能力逐漸降低。隨著膜厚參數 h_m 的增加，反應時間快速的降低，因此為避免步階軸承的損壞，h_m 不可小於 0.6。

關鍵字：微極性流體，表面粗糙度，Christensen 隨機粗糙度模式

*E-mail: **rotex@nanya.edu.tw**　Fax: 03-4384670　Tel: 03-4361070 ext. 6207

PERFORMANCE ANALYSIS OF MICRO POLAR FLUIDS TO STEP JOURNAL BEARING WITH SURFACE ROUGHNESS

Chiang Hsiu-Lu[1*], Chang Ming-Li[2], Chou Chu-Liang

Department of Mechanical Engineering, Nanya Institute of Technology

Jhongli, Taiwan

Abstract

In this research, the infinite long two dimensional step journal bearing with surface roughness lubricated by non-Newtonian micro polar fluids was study. We adopted Eringen theoretical model to simulate the characteristics of micro polar fluid, and Christensen stochastic model to depict the surface roughness. With the basics of these two, we can deduce the longitudinal and transverse surface roughness modes of modified Reynolds Equation. Utilized numerical simulation scheme to solve these modified Reynolds equation, we can analyze the combined performance effects of micro polar fluids to step journal bearing with surface roughness. The distributed film pressure was obtained first, then, with different micro polar effect, roughness parameters, form parameters and position factor of step journal, the static film pressure, loading capacity, center of loading and response time were investigated.

According to the results, with respect to smooth bearing, the transverse mode can build up a higher distributed pressure P and loading capacity W, meanwhile, the response time τ of journal bearing increases for transverse mode. As to the center of loading L_c, it will offset to the exit part of journal bearing. On the other hand, micro polar fluids and characteristic length of fluid can enhance also the loading capacity of bearing. Increasing the position factor B_1 of step bearing, decreasing the loading capacity it can afford. As the film parameter h_m increases, the response time decreases quickly, thus, to avoid the damage of step bearing, the thickness h_m cannot less than 0.6.

Key Words: micropolar fluid, surface roughness, Christensen stochastic roughness model

*E-mail: rotex@nanya.edu.tw　　Fax: 03-4384670　　Tel: 03-4361070 ext. 6207

壹、前言

在設計軸承機件時，除了考慮軸承的材料、強度、轉速、負荷、潤滑劑等等的因素外，軸承內的擠壓薄膜機構，也是影響機械性能的一項重大原因。擠壓薄膜之特性是兩個潤滑表面受一正向荷重而以一相對速度相互接近所造成之現象，因兩表面間所含的潤滑劑具有黏性，並不會立刻被擠出，需經歷過一段時間，才會使兩表面接觸，藉此為軸承提供了一緩衝作用，而潤滑劑因受擠壓所形成之壓力即用以支撐荷重。軸承之設計為了避免兩個表面間之直接接觸，產生摩擦，可藉由其間的流體薄膜提供一個緩衝的作用並減少二表面間接觸而產生工件的磨損，具有減低接觸面摩擦及增強運動平滑功能，並可延長軸承使用壽命。

在過去傳統軸承潤滑理論的研究文獻中，軸承性能之探討大都是假設軸承表面為一完全光滑的平面；然而，在製造過程中，或特殊操作情況下，軸承表面必定是粗糙的，所以“完全光滑”之假設是需要修正的。當流體機械的軸承表面粗糙度相較於擠壓薄膜厚度，在數量級量測不可忽略時，其對擠壓薄膜特性的探討有很大的影響。一般而言，在軸頸與軸承表面因工作母機加工精度而產生之粗糙，對於軸承表面粗糙度之問題，就值得進一步予以探討。

實際上，由於鍛造或拋光的過程中，這些軸承表面必須考慮到其粗糙度對潤滑性能的影響；另一方面，實驗也顯示，當流體機械的軸承表面粗糙度相較於擠壓薄膜厚度，在數量級量測不可忽略時，其對擠壓薄膜特性的探討有很大的影響。

對於粗糙度形狀之探討，早期論文有的是假設粗糙度為鋸齒曲線(tooth curve) [1]，有的則以傅利葉級數(Fourier series) [2] 描述之，但這些方法在進行雷諾方程式之積分時相當困難。自從 Tzeng 及 Saibel [3] 於 1967 年介紹了隨機的觀念之後，使得表面粗糙度效應對於潤滑性能影響的理論更受重視而漸趨於成熟。根據隨機的觀念，在表面粗糙的軸承中，因局部薄膜厚度之隨機現象造成局部液動壓力為一隨機值，於是 Christensen 和 Tonder [4-8] 針對橫向及縱向兩種不同粗糙度形式，推導出統御平均壓力的隨機雷諾方程式(stochastic Reynolds equation)，並得到粗糙度效應對轉動軸承性能之影響，是隨著粗糙度分佈形式而定的結論，為研究擠壓薄膜之一大進步。

Tonder [9] 在 1980 年以蒙地卡羅法(Monte Carlo method)分析了粗糙表面頸軸承之潤滑性能。Patir 及 Cheng [10] 則以平均流量模式(average flow model)，於 1978 年分析了表面粗糙度對於液動潤滑性能之影響，並以數值流量模擬(numerical flow simulation)所得之壓力及剪力流量因子(flow factors)來表示粗糙面軸承之雷諾

方程式，任何三維之粗糙度皆可以此方法分析，克服了之前只能分析一維橫向或縱向粗糙度之模式的限制；Patir 及 Cheng [11] 在 1979 年亦將此方法應用在滑動之表面，推導出不同粗糙狀態之剪力流量因子。

Prakash 和 Tiwari [12] 於 1983 年研究具任意壁厚圓形單面孔隙擠壓平板的粗糙度效應，提出縱向和橫向二種粗糙度型式，平均油膜壓力和負載能力的近似解分析。Turaga 和 Majumdar [13] 在 1996 年對於一維之粗糙表面的液動軸承，以隨機有限元素法之模式(stochastic FEM model)所得到的荷重、流量、摩擦力及摩擦係數等之平均值，與先前之研究學者以解析法所得到之結果一致。Turaga 和 Majumdar [14]亦在 1999 年應用 Christensen 和 Tonder 隨機粗糙度模式，研究粗糙度參數和型式（縱向、橫向和等向）對表面粗糙之液動軸承，定常態和動態特性的影響。結果指出，當粗糙度增加時，橫向粗糙度有顯著增加軸承負載能力和穩定之趨勢，而其他粗糙度型式的效果則非常小。

在過去傳統擠壓潤滑理論的研究文獻中，軸承性能之探討大都是著重於牛頓黏滯性流體，但隨著現代機械元件的進步，進一步的使用非牛頓流體當作潤滑劑，已經引起高度的興趣。實驗結果顯示，當潤滑劑添加少許的長鏈高分子(long-chain polymer)添加劑時，能得到性能更佳之潤滑劑。由於傳統的連續理論對於極效應(polar effect)的流動行為描述已不再合適，因此無法用來定義非牛頓流體的這些特性。因此，許多的微連體理論便發展出來，以解釋潤滑液摻和添加物的極效應現象。研究探討都一致預測，相較於牛頓流體，潤滑液摻和些許固體添加劑，有助於提升較高的壓力分佈，增加軸承負載能力，並降低摩擦係數。

在最近的研究當中，許多學者開始採用微極性流體(micropolar fluid)理論探討軸承系統之性能。Shukla 和 Isa [15]推導出微極性流體為潤滑液之一般化雷諾方程式。Prawal [16]探討以微極性流體為潤滑液之軸頸軸承，在擾動負載下之動態負載特性。Maiti [17]則探討微極性流體為潤滑液之步階滑動軸承性能。Naduvinamani 和 Apparao [18]進一步將粗糙度對複合形狀軸承性能之影響予以探討。

步階擠壓軸承之研究，首推 Majumdar [19]。Majumdar 使用傳統之潤滑劑分析步階軸承之性能。Shah 和 Bhat [20]利用 MHD 動量方程式、Maxwell 方程式，對孔隙滑動軸承之性能作進一步探討。Shah[21]同時延續 Majumdar 之研究，採用鐵磁性流體為潤滑劑，並在鐵磁性流體特性之表示式中增列一個修正項，將鐵磁性流體之特性以更實際之狀態呈現，並進一步探討步階軸承之性能。

本研究主要是要探討微極性流體和表面粗糙度對頸軸承的潤滑性能的影響，以 Eringen 微極性理論 [22]和 Christensen 隨機模式為基礎，導出廣義隨機雷諾方

程式，進而以數值模擬分析軸承受微極性流體和表面粗糙度對潤滑性能之複合效應的影響，以得到動態擠壓薄膜之特性，如擠壓薄膜壓力分佈、軸承荷重，姿態角和摩擦係數等，來評估軸承運轉性能，制訂微極性流體和粗糙度參數變化對軸承液動性能影響相關資料庫，提供設計者或生產廠商參考。

貳、研究方法

本研究的主要目的，乃是探討無限長步階軸承系統潤滑特性受到非牛頓流體微極性效應和軸承表面粗糙度的複合影響，其中微極性效應以 Eringen 的微連體理論為基礎，而表面粗糙度則引用 Christensen 的隨機粗糙度模式，用數值解析的方法探討微極性流體潤滑劑對表面粗糙的頸軸承潤滑性能的影響。首先從 Eringen 組成方程式推導出軸承的廣義雷諾方程式，然後引進 Christensen 隨機粗糙度模式，得到軸承系統最終的隨機修正雷諾方程式，接著應用適當的邊界條件（如　邊界條件或雷諾邊界條件），接著以解析或數值的技巧，解出潤滑薄膜的壓力分佈並用以計算軸承的性能，諸如負重能力、姿態角和摩擦係數等。

為能顯示微極性流體潤滑劑和步階軸承受到表面粗糙度效應的影響，分析所得計算結果將與牛頓流體及光滑表面的結果作比較，以方便分析討論並作出在不同的微極性參數、粗糙度參數及偏心率比，對系統操作性能的影響評估，訂出系統操作性能資料庫，以作為孔隙軸承設計時的參考依據。

圖 1 所示為無限長二階段步階軸承之物理機制和粗糙度示意圖。軸承內之潤滑劑係採用不可壓縮 Eringen 之微極性流體，忽略物體力及物體偶矩。軸承之上表面是由長度各為 B1 和 B2，且與 x 軸平行的步階表面所構成，膜厚參數 a = h1 / h2。薄膜厚度為

$$h = h_m + \delta(x, z, \xi) \qquad h_m = \begin{cases} h_1 = h_2 + d & 0 \le x \le B_1 \\ h_2 & B_1 \le x \le B \end{cases} \tag{1}$$

其中 $h_1 > h_2$。上表面以均勻速度 $V = -(dh_s/dt)$，垂直向下運動，使上下表面間之流體產生 p_1 和 p_2 之壓力。軸承沿 z 軸向之長度為 L，且 $L >> B$。

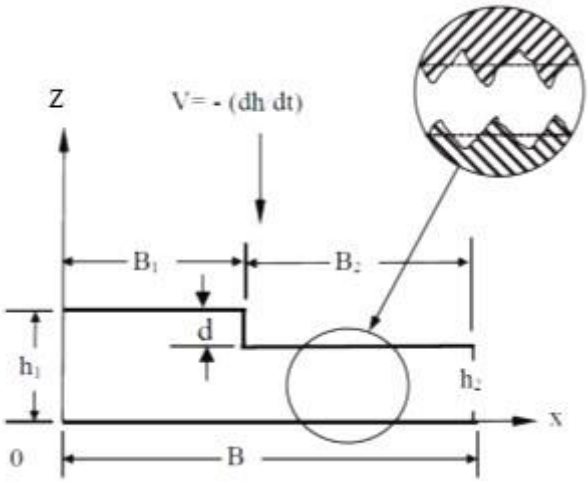

圖 1. 步階軸承幾何示意圖

依據 Eringen [22]微極性流體理論，x 方向之速度分量 u 為

$$u = \left(1 - \frac{z}{h}\right) U + \frac{1}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\left\{z(z-h) + 2\ell^2\left\{1 - \frac{cosh[(2z-h)/2\ell]}{cosh[h/2\ell]}\right\}\right\} \tag{2}$$

將(2)式之 u 對 z 沿薄膜厚度積分，可求得 x 方向之流量 Q [23]為，

$$Q = \frac{1}{2}UhB - \frac{1}{12\mu}B \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \left[h^3 + 12\ell^2 h - 6N\ell h^2 \, coth\frac{mh}{2}\right] \tag{3}$$

依據 Lin [24]，滑動軸承在 z 方向受擠壓運動之非牛頓微極性流體之雷諾方程式為

$$\frac{\partial}{\partial x}\left\{\left[h^3 + 12\ell^2 h - 6N\ell h^2 \, coth\left(\frac{mh}{2}\right)\right]\frac{\partial p}{\partial x}\right\} = 6\mu U\frac{\partial h_p}{\partial x} + 12\mu\frac{\partial h}{\partial t} \tag{4}$$

本文僅探討擠壓軸承之特性，因此，(4)式左端第一項$6\mu U\frac{\partial h_p}{\partial x}$，和滑動特性有關，可省略不予考慮，故修正雷諾方程式(4)簡化成

$$\frac{d}{dx}\left\{f(h,N)\frac{dp}{dx}\right\} = 12\mu\frac{dh}{dt} \tag{5}$$

$$f(h,N) = h^3 + 12\ell^2 h - 6N\ell h^2 \, coth\left(\frac{Nh}{2\ell}\right) \tag{6}$$

其中，ℓ為材料特性長度(characteristic length)，N 為無因次耦合參數(coupling parameter)。

$$\ell = (\gamma/4\mu)^{1/2} \tag{7}$$

$$N = [\chi/2\mu + \chi]^{1/2} \tag{8}$$

$$m = N/\ell \tag{9}$$

壓力及流量之邊界條件為：在 x=0 及 B，p=0；在 $x=B_1$，$p=p_c$，$Q=Q_c$。p_c、Q_c 表示 $x=B_1$ 處之共同之壓力及流量。

一、非牛頓流體廣義隨機雷諾型方程式

根據 Christensen 的隨機粗糙度模式，並對修正非牛頓流體雷諾方程式(5)等號兩邊取期望值，吾人能夠得到非牛頓流體廣義隨機雷諾方程式如下：

(一) 一維縱向粗糙度模式

$$\frac{d}{dx}\left\{E[f(h,N)]\frac{dE(p)}{dx}\right\} = 12\mu\frac{dE(h)}{dt} \tag{10}$$

(二) 一維橫向粗糙度模式

$$\frac{d}{dx}\left\{\frac{1}{E[f(h,N)^{-1}]}\frac{d}{dx}E(p)\right\} = 12\mu\frac{dE(h)}{dt} \tag{11}$$

在方程式(10)或(11)中，$E(\cdot)$ 代表期望值運算子，其定義為

$$E(\cdot) = \int_{-\infty}^{\infty}(\cdot)f(\delta)d\delta \tag{12}$$

其中 f 為為隨機變數密度分佈機率，對於大部分的工程應用，粗糙度表面在本質上近乎高斯(Gauss)分佈特性，故吾人可使用一近似高斯分佈曲線之多項式函數如下，來模擬高斯分佈函數並方便數值計算。

$$f(\delta) = \begin{cases} \frac{35}{32c^7}(c^2-\delta^2)^3 & if\ -c \le \delta \le c \\ 0 & elsewhere \end{cases} \tag{13}$$

其中 c 為隨機薄膜厚度函數總範圍的一半。此函數終結於 $c = \pm 3\sigma$，此處 σ 為標準差。非牛頓流體隨機雷諾方程式(6)的結果決定於粗糙度的型式。在理論的探討上，一維縱向(one-dimensional longitudinal)和一維橫向(one-dimensional transverse)二種粗糙度模式是眾多學者較感興趣的主題。

(一) 一維縱向粗糙度模式

對一維縱向粗糙度模式而言，表面粗糙度結構的型式為在行進的 x 方向，具有長且窄的凸脊(ridge)和凹谷(valley)，亦即潤滑液薄膜厚度能夠表示成

$$h = h_m(x,z) + \delta(z,\xi) \tag{14}$$

(二) 一維橫向粗糙度模式

對一維橫向粗糙度模式而言，表面粗糙度結構的型式為在行進的 z 方向，具有長且窄的凸脊(ridge)和凹谷(valley)，亦即潤滑液薄膜厚度能夠表示成

$$h = h_m(x,z) + \delta(x,\xi) \tag{15}$$

定義 $E(p) = \bar{P}$

$$E(h) = \int_{-c}^{c} h \cdot \frac{35}{32c^7}(c^2-\delta^2)^3 d\delta$$

$$= \int_{-c}^{c} h_m \cdot \frac{35}{32c^7}(c^2-\delta^2)^3 d\delta + \int_{-c}^{c} \delta \cdot \frac{35}{32c^7}(c^2-\delta^2)^3 d\delta = h_m \tag{16}$$

$$E[f(h,N)] = \int_{-c}^{c} f(h,N) \cdot \frac{35}{32c^7}(c^2-\delta^2)^3 d\delta \tag{17}$$

$$\frac{dE(h)}{dt} = \frac{dh_m}{dt} = -V \tag{18}$$

$$V = -\frac{dh_m}{dt} = -\frac{dh_1}{dt} = -\frac{dh_2}{dt} \tag{19}$$

(一) 一維縱向粗糙度模式

$$\frac{d}{dx}\left\{E[f(h,N)]\frac{d\bar{P}}{dx}\right\} = -12\mu V \tag{20}$$

(二) 一維橫向粗糙度模式

$$\frac{d}{dx}\left\{\frac{1}{E[f(h,N)^{-1}]}\frac{d\bar{P}}{dx}\right\} = -12\mu V \tag{21}$$

h_{m0} 為擠壓作用開始時間(t=0)之油膜初始厚度，$h_m = h_2 < h_{m0}$ 代表任意時刻(t > 0)之油膜厚度。若定義無因次參數或變數如下列所示：

$$\alpha = \frac{d}{h_{m0}} \quad \Lambda = \frac{c}{h_{m0}} \quad x^* = \frac{x}{B} \quad h_1^* = \frac{h_1}{h_{m0}} = \frac{h_2+d}{h_{m0}} = h_2^* + \alpha \quad h_2^* = \frac{h_2}{h_{m0}} = \frac{h_m}{h_{m0}} = h_m^*$$

$$P^* = \frac{h_{m0}^3\bar{P}}{\mu V B^2} \qquad \ell^* = \frac{\ell}{h_{m0}} \qquad B_1^* = \frac{B_1}{B} \qquad h^* = \frac{h_m+\delta(x,z,\xi)}{h_{m0}} = h_m^* + \delta^*(x,z,\xi)$$

$$h_m^* = \frac{h_m}{h_{m0}} = \begin{cases} h_1^* = h_2^* + \alpha & 0 \le x^* \le B_1^* \\ h_2^* & B_1^* \le x^* \le 1 \end{cases} \qquad \delta^* = \frac{\delta}{h_{m0}}$$

經簡化後，二種方向結構粗糙度模式的隨機雷諾方程式(20)和(21)可以表示為：

(一) 一維縱向粗糙度模式

$$\frac{d}{dx^*}\left\{G_1(h^*,N)\frac{dP^*}{dx^*}\right\}=-12 \tag{22}$$

$$G_1(h^*,N)=\int_{-\Lambda}^{\Lambda} f^*(h^*,N)\cdot\frac{35}{32\Lambda^7}(\Lambda^2-\delta^{*2})^3 d\delta^* \tag{23}$$

(二) 一維橫向粗糙度模式

$$\frac{d}{dx^*}\left\{\frac{1}{G_2(h^*,N)}\frac{dP^*}{dx^*}\right\}=-12 \tag{24}$$

$$G_2(h^*,N)=\int_{-\Lambda}^{\Lambda}\frac{1}{f^*(h^*,N)}\cdot\frac{35}{32\Lambda^7}(\Lambda^2-\delta^{*2})^3 d\delta^* \tag{25}$$

二、壓力分佈

(一) 一維縱向粗糙度模式

a. 對於 $0\le x^*\le B_1^*\quad h_m^*=ah_2^*$

$$P_1^*=-\frac{6x^{*2}}{G_{11}}+\left(\frac{P_c^*}{B_1^*}+\frac{6B_1^*}{G_{11}}\right)\cdot x^* \tag{26}$$

$$G_{11}(H^*,N)=\int_{-\Lambda}^{\Lambda} F^*(H^*,N,\delta)\cdot\frac{35}{32\Lambda^7}(\Lambda^2-\delta^{*2})^3 d\delta^* \tag{27}$$

$$P_c^*=\frac{-6B_1^*}{G_{11}\left[\frac{G_{12}B_1^*}{G_{11}(B_1^*-1)}\right]} \tag{28}$$

$$G_{12}(h^*,N)=\int_{-\Lambda}^{\Lambda} f^*(h^*,N)\cdot\frac{35}{32\Lambda^7}(\Lambda^2-\delta^{*2})^3 d\delta^* \tag{29}$$

b. 對於 $B_1^*\le x^*\le 1\quad h_m^*=1$

$$P_2^*=-\frac{6(x^{*2}-1)}{G_{12}}+\frac{x^*-1}{G_{12}(B_1^*-1)}[G_{12}\cdot P_c^*+6(B_1^{*2}-1)] \tag{30}$$

(二) 一維橫向粗糙度模式

a. 對於 $0\le x^*\le B_1^*\quad h_m^*=ah_2^*$

$$P_{1T}^*=-12G_{21}\frac{x^{*2}}{2}+\left(\frac{P_{cT}^*}{B_1^*}+6G_{21}\cdot B_1^*\right)\cdot x^* \tag{31}$$

$$G_{21}(H^*,N)=\int_{-\Lambda}^{\Lambda}\frac{1}{F^*(H^*,N)}\cdot\frac{35}{32\Lambda^7}(\Lambda^2-\delta^{*2})^3 d\delta^* \tag{32}$$

$$P_{cT}^*=\frac{6G_{21}G_{22}B_1^*(B_1^*-1)}{G_{22}(B_1^*-1)-G_{21}B_1^*} \tag{33}$$

b. 對於 $B_1^* \le x^* \le 1 \quad h_m^* = 1$

$$P_{2T}^* = -6G_{22}[x^{*2} - (B_1^* + 1)\cdot x^* + B_1^*] + \frac{x^*-1}{B_1^*-1}\cdot P_{cT}^* \tag{34}$$

$$G_{22}(h^*, N) = \int_{-\Lambda}^{\Lambda} \frac{1}{f^*(h^*,N)} \cdot \frac{35}{32\Lambda^7}(\Lambda^2 - \delta^{*2})^3 d\delta^* \tag{35}$$

三、荷重能力 W*

(一) 一維縱向粗糙度模式

$$w_L^* = \frac{h_{m0}^3 \bar{w}}{\mu B^3 V} = \int_0^{B_1^*} P_1^* dx^* + \int_{B_1^*}^1 P_2^* dx^* \tag{36}$$

(二) 一維橫向粗糙度模式

$$w_T^* = \frac{h_{m0}^3 \bar{w}}{\mu B^3 V} = \int_0^{B_1^*} P_{1T}^* dx^* + \int_{B_1^*}^1 P_{2T}^* dx^* \tag{37}$$

四、負載中心

(一) 一維縱向粗糙度模式

$$L_{cL} = \frac{\int_0^{B_1^*} x_1 \cdot P_1^* dx^* + \int_{B_1^*}^1 x_2 \cdot P_2^* dx^*}{\int_0^{B_1^*} P_1^* dx^* + \int_{B_1^*}^1 P_2^* dx^*} \tag{38}$$

(二) 一維橫向粗糙度模式

$$L_{cT} = \frac{\int_0^{B_1^*} x_1 \cdot P_{1T}^* dx^* + \int_{B_1^*}^1 x_2 \cdot P_{2T}^* dx^*}{\int_0^{B_1^*} P_{1T}^* dx^* + \int_{B_1^*}^1 P_{2T}^* dx^*} \tag{39}$$

五、反應時間 t*

(一) 一維縱向粗糙度模式

$$t_L^* = -\int_{h_m^*=1}^{h_m^*} w^* \cdot dh_m^* \tag{40}$$

(二) 一維橫向粗糙度模式

$$t_T^* = -\int_{h_m^*=1}^{h_m^*} w_T^* \cdot dh_m^* \tag{41}$$

參、結果與討論

本計畫在探討非牛頓微極性流體對具表面粗糙度步階軸承之效應分析。微極

性流體對軸承的性能影響，將採用 Eringen 理論模式，表面粗糙狀態採用 Christensen 隨機粗糙度模式，導出縱向及橫向粗糙度的隨機修正雷諾方程式，進而以數值模擬分析步階軸承受到微極性流體和表面粗糙度對潤滑性能之複合效應的影響，並以解析方法求出動態擠壓薄膜之壓力分佈，進一步計算出在不同微極性效應、粗糙度參數、形狀參數和步階軸承位置參數之情況下，對液動擠壓薄膜壓力、負載能力、負載中心和反應時間等軸承潤滑性能的影響。

以機械加工方式製成之軸承，其表面勢必呈現混亂且不規則之粗糙狀態。步階軸承位置 B1 =0.5 和 B1 =0.25 時，無因次軸承壓力 P 受表面粗糙度影響之關係，分別如圖 2 和圖 3 所示。點線代表粗糙度參數Λ等於零之光滑表面軸承的壓力分佈。與光滑表面軸承相比較，縱向粗糙模式會降低步階軸承壓力 P，表面粗糙度越大，在軸承表面所產生之壓力越低；反之，橫向粗糙模式之效應則相反，橫向粗糙度越大，在步階軸承所產生之壓力越高，提高步階軸承壓力 P。

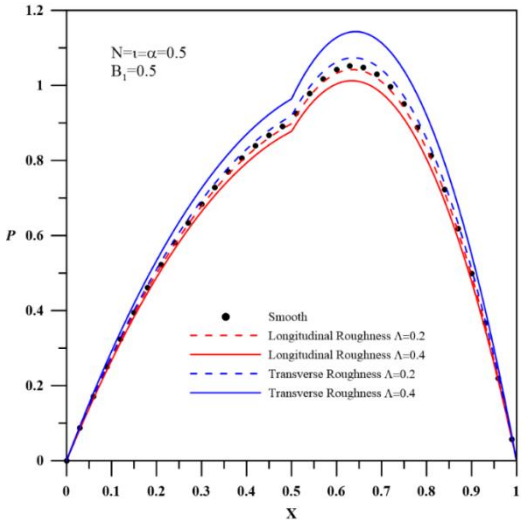

圖 2. 粗糙度Λ對壓力分佈之影響

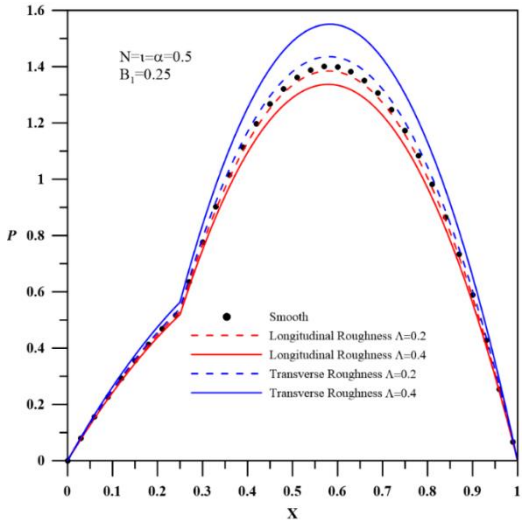

圖 3. 粗糙度Λ對壓力分佈之影響

步階軸承以微極性流體作為潤滑液，同時受到表面粗糙度影響，其負載能力 W 受微極性參數 N 與表面粗糙度Λ之影響，如圖 4 所示。由於橫向粗糙度在步階軸承所建立之分佈壓力 P，相較於軸承光滑表面為高，因此，具橫向粗糙度表面的軸承，所能負載的荷重能力也相對表面光滑軸承來的高，且橫向粗糙度參數越大，其所能增加的負載能力也越高！反之，由於縱向粗糙度在步階軸承所建立之分佈壓力 P，相較於軸承光滑表面為低，因此，具縱向粗糙度表面的軸承，所能負載的荷重能力也相對表面光滑軸承來的低，且縱向粗糙度參數越大，其所減少的負載能力也越大！另一方面，微極性流體也會增加步階軸承的負載能力，微極性流體參數 N 越大，其所能增加的軸承負載能力也越大。

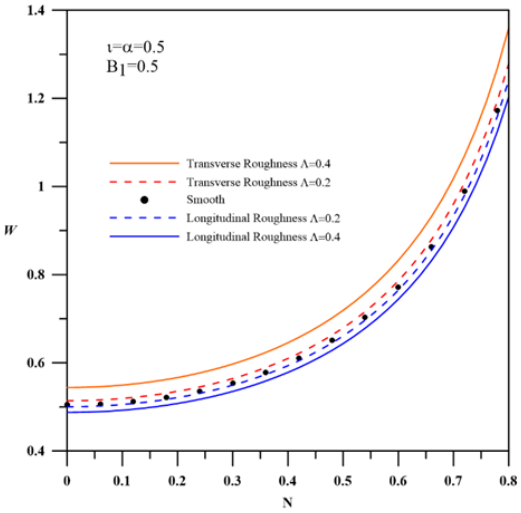

圖 4. N 及Λ對靜態負載 W 之影響

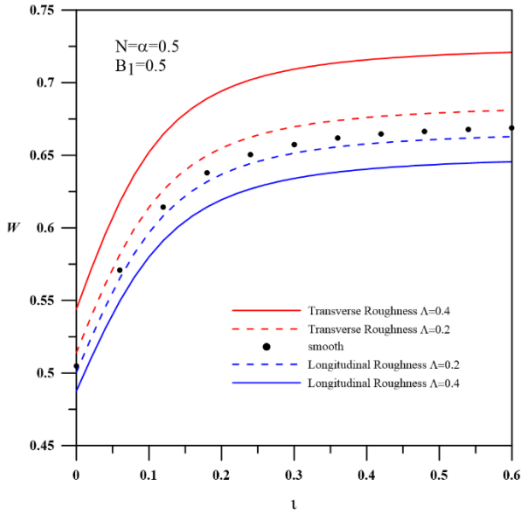

圖 5. l 及Λ對靜態負載 W 之影響

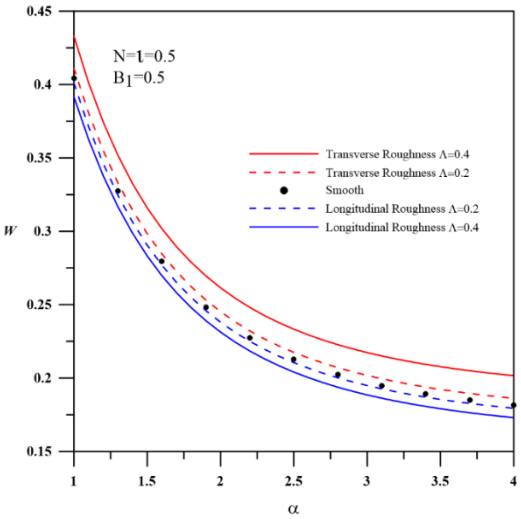

圖 6. α及Λ對靜態負載 W 之影響

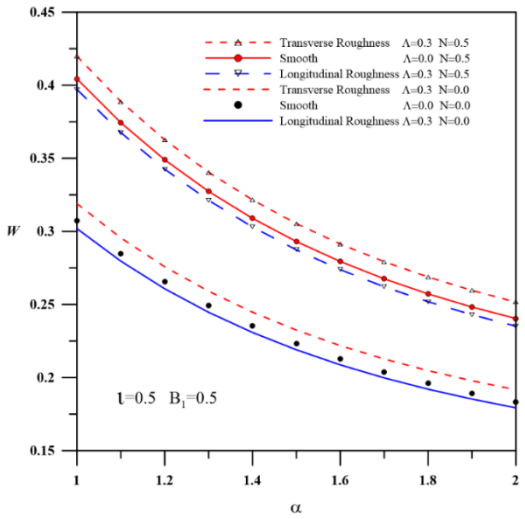

圖 7. α、Λ及 N 對靜態負載 W 之影響

負載能力 W 受微極性流體特性長度參數 l 與表面粗糙度Λ之影響，如圖 5 所示。再次驗證，具橫向粗糙度表面的軸承，其所能負載的荷重能力，相對表面光滑軸承來的高，且橫向粗糙度參數越大，其所能增加的負載能力也越高！反之，具縱向粗糙度表面的軸承，其負載能力則和橫向粗糙度有相反的趨勢，其所能負載的荷重能力相對表面光滑軸承來的低，且縱向粗糙度參數越大，其所減少的負載能力也越大！另一方面，微極性流體的特性長度參數 l 小於 0.2 時，隨著特性長度參數的增加，步階軸承的負載能力也顯著的增加；但是，當特性長度參數 l 大於 0.2 時，特性長度參數的改變，對軸承負載能力的影響並不顯著。

負載能力 W 受步階軸承形狀參數α與表面粗糙度Λ之影響，如圖 6 所示。研究顯示，具橫向粗糙度表面的軸承，其所能負載的荷重能力，相對表面光滑軸承來的

高，且橫向粗糙度參數越大，其所能增加的負載能力也越高！反之，具縱向粗糙度表面的軸承，其負載能力則和橫向粗糙度有相反的趨勢，其所能負載的荷重能力相對表面光滑軸承來的低，且縱向粗糙度參數越大，其所減少的負載能力也越大！另一方面，步階軸承形狀參數α代表二階段步階軸承的高低變化，α越大，代表步階軸承縮減越大，其所能負載的能力也顯著的降低。

負載能力 W 受步階軸承形狀參數α、表面粗糙度Λ與微極性流體參數 N 之影響，如圖 7 所示。研究結果顯示，當步階軸承的形狀變化較小，具橫向粗糙度表面，並以微極性流體當潤滑液，步階軸承可得到較佳的負載能力。隨著形狀參數α的增加，步階軸承的負載能力也逐漸降低。負載能力 W 受步階軸承形狀參數α、表面粗糙度Λ與微極性流體特性長度 l 之影響，如圖 8 所示。研究結果顯示，增加微極性流體特性長度 l，可提高步階軸承的負載能力。

負載能力 W 受二段式步階軸承位置變化參數 B1 和表面粗糙度Λ之影響，如圖 9 所示。結果顯示，隨著二段式步階軸承位置變化參數 B1 的增加，步階軸承的負載能力逐漸降低，但是值得注意的是，二段式步階軸承位置變化參數 B1 大於 0.5 時，其對軸承負載能力 W 的影響，已不顯著。

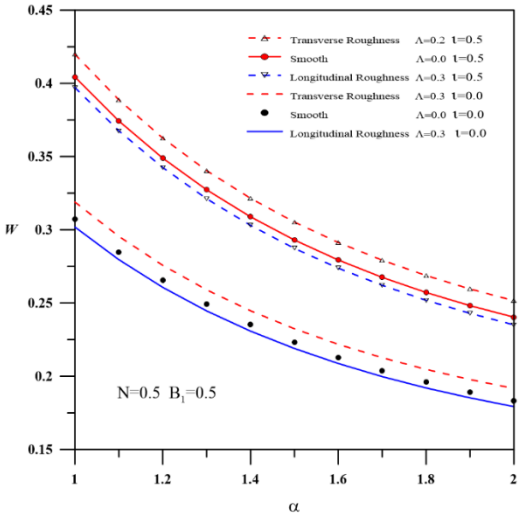

圖 8. α、Λ及 l 對靜態負載 W 之影響

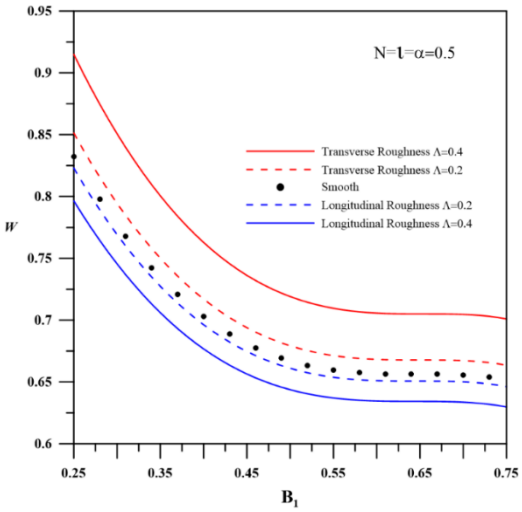

圖 9. B1 及Λ對靜態負載 W 之影響

二段式步階軸承位置變化參數 B1 和表面粗糙度Λ對負載中心 Lc 之影響，如圖 10 所示。結果顯示，相較於表面光滑之步階軸承，橫向粗糙度會使得軸承的負載中心 Lc 向出口處偏移，且橫向粗糙度參數越大，其往出口處偏移的位置也越大；反之，縱向粗糙度會使得軸承的負載中心 Lc 向入口處偏移，且縱向粗糙度參數越大，其向入口處偏移的位置也越大。另一方面，當二段式步階軸承位置變化參數 B1 <0.3 或 B1 > 0.65 時，隨著 B1 的增加，軸承的負載中心 Lc 向出口處偏移；當 0.3<

B1<0.65 時，隨著 B1 的增加，軸承的負載中心 Lc 向入口處偏移。

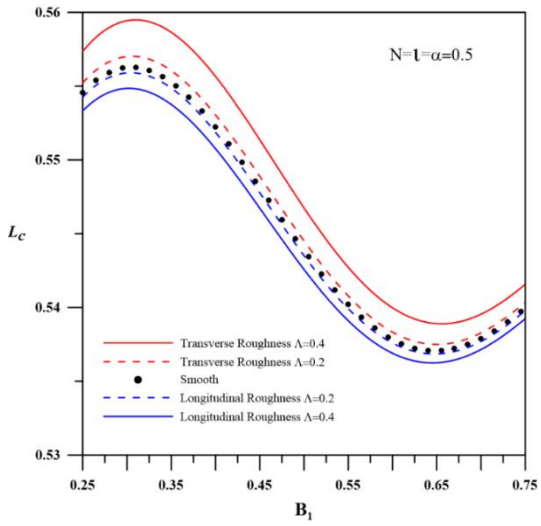

圖 10. B_1 及Λ對負載中心之影響

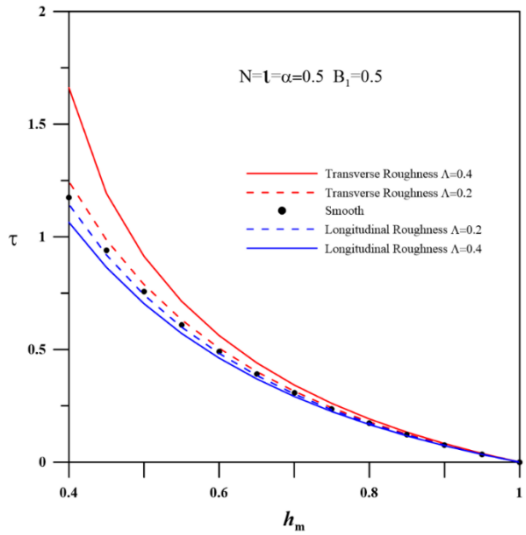

圖 11. h_m 及Λ對反應時間 τ 之影響

膜厚參數 hm 及表面粗糙度Λ對反應時間τ之影響，如圖 11 所示。結果顯示，相較於表面光滑之步階軸承，橫向粗糙度會增加軸承的反應時間τ，且粗糙度參數越大，反應時間τ增加的也越多；反之，縱向粗糙度會降低軸承的反應時間τ，且粗糙度參數越大，反應時間τ降低的也越多。另一方面，膜厚參數 hm 對反應時間的影響，由圖 11 明顯可看出，隨著膜厚參數 hm 的增加，反應時間快速的降低，因此為避免步階軸承的損壞，hm 不可小於 0.6。

肆、結論

一、由於橫向粗糙度在步階軸承所建立之分佈壓力 P，相較於軸承光滑表面為高，因此，具橫向粗糙度表面的軸承，所能負載的荷重能力也相對表面光滑軸承來的高，且橫向粗糙度參數越大，其所能增加的負載能力也越高！縱向粗糙度之效應則相反，在步階軸承所建立之分佈壓力 P，相較於軸承光滑表面為低，其所能承載負荷也較低。

二、微極性流體也會增加步階軸承的負載能力，微極性流體參數 N 越大，其所能增加的軸承負載能力也越大。微極性流體的特性長度參數 l 小於 0.2 時，隨著特性長度參數的增加，步階軸承的負載能力也顯著的增加；但是，當特性長度參數 l 大於 0.2 時，特性長度參數的改變，對軸承負載能力的影響並不顯著。

三、形狀參數α越大，代表步階軸承縮減越大，其所能負載的能力也顯著的降低。

四、隨著二段式步階軸承位置變化參數 B_1 的增加，步階軸承的負載能力逐漸降低，

但是值得注意的是，二段式步階軸承位置變化參數 B_1 大於 0.5 時，其對軸承負載能力 W 的影響，已不顯著。

五、相較於表面光滑之步階軸承，橫向粗糙度會使得軸承的負載中心 L_c 向出口處偏移，且橫向粗糙度參數越大，其往出口處偏移的位置也越大；縱向粗糙度效應則有相反趨勢！

六、相較於表面光滑之步階軸承，橫向粗糙度會增加軸承的反應時間 τ，且粗糙度參數越大，反應時間 τ 增加的也越多。

七、隨著膜厚參數 h_m 的增加，反應時間快速的降低，因此為避免步階軸承的損壞，h_m 不可小於 0.6。

伍、參考文獻

[1] Davies, M.G., “The generation of pressure between rough fluid lubricated, moving, deformable surfaces,” *Lubrication Engineering*, 1963, pp. 246.

[2] Burton, R.A., “Effect of two-dimensional, sinusoidal roughness on the load support characteristics of a lubricant film,” *ASME Journal of Basic Engineering*, 1963, Vol. **85**, pp. 258.

[3] Tzeng, S.T. and Saibel, E., “Surface roughness effect on slider bearing lubrication,” *ASLE Trans.*, 1967, Vol. **10**, pp. 334.

[4] Christensen, H. and Tonder, K., “Tribology of rough surfaces: stochastic models of hydrodynamic lubrication,” *SINTEF Rep*., 1969, No. 10/69- 18.

[5] Christensen, H., “Stochastic models for hydrodynamic lubrication of rough surfaces,” *Proc. Instn. Mech. Engrs*., 1969-70, Vol. **55**, pp. 1013 - 1025.

[6] Christensen, H., “Some aspects of the functional influence of surface roughness in lubrication,” *Wear*, 1971, pp. 149-162.

[7] Christensen, H. and Tonder, K., “The hydrodynamic lubrication of rough bearing surfaces of finite width,” *ASME Journal of Lubrication Technology*, 1971, Vol. **93**, pp. 324-330.

[8] Christensen, H. and Tonder, K., “The hydrodynamic lubrication of rough journal bearings,” *ASME Journal of Lubrication Technology*, 1973, pp. 166-171.

[9] Tonder, K., “Simulation of the lubrication of isotropically rough surfaces,” *ASLE Trans.*, 1980, Vol. **23**, No. 3, pp. 326-333.

[10] Patir, N. and Cheng, H.S., “An average flow model for determining effects of three-

dimensional roughness on partial hydrodynamic lubrication," *ASME Journal of Lubrication Technology*, 1978, Vol. **100**, pp. 12-17.

[11] Patir, N. and Cheng, H.S., "Application of average flow model to lubrication between rough sliding surfaces," *ASME Journal of Lubrication Technology*, 1979, Vol. **101**, pp. 220-230.

[12] Prakash, J. and Tiwari, K., "Roughness effects in porous circular squeeze - plates with arbitrary wall thickness," *J. Lubr. Tech.*, 1983, Vol. **105**, pp. 90-95.

[13] Turaga, R., Sekhar, A.S. and Majumdar, B.C., "Stochastic FEM model of one-dimensional hydrodynamic bearings with rough surfaces," *Wear*, 1996, Vol. **197**, pp. 221-227.

[14] Turaga, R., Sekhar, A.S. and Majumdar, B.C., "The effect of roughness parameter on the performance of hydrodynamic journal bearing with rough surfaces," *Tribol. Int.*, 1999, Vol. **32**, pp. 231-236.

[15] Shukla, J.B., Isa, M., "Generalized Reynolds equation for micropolar lubricants and its application to one dimensional slider bearings: effects of solid particle additives in solution," *Journal of Mechanical Engineering Science*, 1975, Vol. **17**, No. 5, pp. 280-284

[16] Prawal, S., "Dynamically loaded micropolar fluid lubricated journal bearings with special reference to squeeze films under fluctuating loads," *Wear*, 1977, Vol. **45**, pp. 279-292

[17] Maiti, G., "Composite and step slider bearings in micropolar fluid," *Japanese Journal of Applied Physics*, 1973, Vol. **12**, No. 7, pp. 1058-1064.

[18] Neminath Bhujappa Naduvinamani, Siddangouda Apparao, "On the Performance of Rough Inclined Stepped Composite Bearings with Micropolar Fluid," *Journal of Marine Science and Technology*, 2010, Vol. **18**, No. 2, pp. 233-242.

[19] Majumdar, B.C., *Introduction to Tribology of Bearing*, Wheeler Pub, 1999, pp.87-90.

[20] Shah, R.C., Bhat, M.V., "Analysis of a Porous Exponential Slider Bearing Lubricated with a Ferrofluid Considering Slip Velocity," *J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng.*, 2003, Vol. **25**, No. 3, pp. 264-268.

[21] Shah, R.C., "Ferrofluid lubrication in step bearing with two steps," *Indus. Lub. and Tribo.*, 2003, Vol. **55**, No. 6, pp. 265-267.

[22] A.C. Eringen, “Theory of micropolar fluids,” *Journal Mathematics and Mechanics*, 1966, Vol. **16**, pp. 1-16.

[23] J.R. Lin, T.L. Chou, H.L. Chiang, C.Y. Chang, (2011). Non-Newtonian Couple Stress Effects on the Frictional and Flow-Rate Performances of Wide Composite Slider Bearings, 南亞學報，第 **30 期**，35-46 頁。

[24] J.R. Lin, T.L. Chou, L.J. Liang, T.C. Hung, “Non-Newtonian dynamics characteristics of parabolic-film slider bearings: Micropolar fluid model,” *Tribology International*, 2012, Vol. **48**, pp. 226–231.