表面粗糙度對拋物線滑動軸承性能影響之研究

梁龍驥*　周祖亮　林昭仁*

南亞技術學院機械系

摘　要

經機械加工過程製造的零件表面難免都會出現粗糙之加工紋路，是故表面粗糙度對於軸承性能影響之分析與了解，至為重要。本文採用使用克利斯登森氏粗糙表面推測學模式加入粗糙度因素，應用在具有粗糙表面一維拋物線形滑動軸承方面之研究。根據所得結果顯示，縱向型之表面粗糙紋路會降低軸承之潤滑性能。然而，橫向型之表面粗糙紋路卻可以改善軸承之靜態負載容量、動態剛性係數與動態阻尼係數。

關鍵詞：滑動軸承，表面粗糙度，拋物線形

*E-mail: llj@nanya.edu.tw　Fax: 03-4384670　Tel: 03-4361070 ext. 6503

A STUDY OF SURFACE ROUGHNESS EFFECTS ON THE PERFORMANCE CHARACTERISTICS OF PARABOLIC-FILM SLIDER BEARINGS

Long-Jin Liang*, Tsu-Liang Chou,Jaw-Ren Lin*

Department of Mechanical Engineering

Nanya Institute of Technology

Jhongli, Taiwan

Abstract

Owing to the manufacturing process, the surfaces of machine elements may be roughened. Therefore, analyses of surface roughness effects on the bearing performances show great importance. Based upon the stochastic model of rough surfaces of Christensen [2, 3], a study of surface roughness effects on the performance characteristics of parabolic-film slider bearings is presented in this paper. According the results, the longitudinal roughness effects decrease the lubrication performances of bearings. However, the roughness effects of transverse patterns provide an improvement in the steady load capacity, the dynamic stiffness coefficient and the dynamic damping coefficient of the parabolic-film sliders

Key Words: slider bearings, surface roughness effects, parabolic film

*E-mail: llj@nanya.edu.tw Fax: 03-4384670 Tel: 03-4361070 ext. 6503

壹、前言

流體膜軸承系統廣泛應用於工程界精密設備與醫學界之重要儀器上，例如各型齒輪、變速機構、引擎機件、離合組件、阻尼元件、工具機裝置、射出機構與人體關節等。因此流體膜軸承系統擠壓性能行為之研究、分析以及探討，有助於工程師以及設計人員研發與創新各種相關元件。基本上，對於流體膜軸承之軸承性能的研究與探討，首先會對於平滑表面搭配各式幾何造型之邊界進行分析。例如， Hay [6] 與 Hamza and MacDonald [4] 等有關平行板流體膜軸承之擠壓性能研究； Hamrock [5] 有關圓柱-平板流體膜軸承之擠壓性能研究；Moore [10] 有關平行圓板流體膜軸承之擠壓性能研究；Ramanaiah [13] 有關偶合應力流體膜於傾斜平板滑動軸承之性能研究；與 Lin *et al.* [8] 有關偶合應力流體膜於拋物線形滑動軸承之性能研究等。

由於產品的瑕疵、使用中之磨耗等因素，常導致擠壓滑塊之表面為不光滑之粗糙表面。由於粗糙表面之粗糙高度的階次在薄膜液體動力潤滑系統上不能忽略，為因應現代精密儀器設備之發展，因此必須掌握表面粗糙度之效應對於液動擠壓薄膜系統之性能影響。為了能描述這些表面粗糙度現象，克利斯登森氏 Christensen [2, 3] 之推測學模式中，主要是應用數學觀念推測局部表面粗糙特性，進而導出取代平滑表面理想假設之粗糙軸承表面間之雷諾型方程式。在文獻上，已經有許多學者採用此種克利斯登森氏 Christensen [2, 3] 之粗糙表面推測學模式，並應用於各種不同之液動薄膜潤滑問題性能機制的分析與探討，以該法可將可衡量表面粗糙度參數標準差放入程式中。較具代表性之貢獻，例如：Lin [9] 與 Prakash and Tiwari [11] 等探討表面粗糙度效應對於平行矩形板擠壓性能之影響研究；Prakash and Tonder [12] 探討表面粗糙度效應對於平行圓盤擠壓性能之影響研究；Andharia *et al.* [1] 探討表面粗糙度效應對於球形軸承擠壓性能之影響研究等；等向型之表面粗糙度效應對於短頸軸承穩態性能之影響研究- Lin [7]。

由於各種軸承系統性能之分析以及研究，有助於各種機械元件、液壓組件、汽車組件、薄膜製程與生物醫學儀器等設備之研發與創新；目前雖有 Lin *et al.* [8] 對於一維拋物線形滑動軸承方面之探討，但尚未有表面粗糙度效應對於此型式滑動軸承之研究，本研究以縱向與橫向型式之粗糙紋路，藉由雷諾方程式之期望值轉換式，獲得靜態負載容量、動態剛性係數與動態阻尼係數等重要軸承性能與標準差之間的關係。

貳、推導與分析

本文研究對象為牛頓流體在具有粗糙表面之一維拋物線形邊界滑動薄膜受到擠壓作用，其物理模型如圖一所示，上方為拋物線造型之板塊，以$V=\partial h/\partial t$的速度移動(負的數值可表示向下擠壓)，下方則有滑動速度 U 的平板，軸承油膜光滑面厚度或平均高度位置之定義如下式：

$$h(x,t)=h_p(x)+h_m(t) \tag{1}$$

其中，$h_m(t)$ 為軸承出口端高度，$h_p(x)$ 為拋物線面之幾何形狀函數，其定義為

$$h_p(x)=(L-2x+\frac{x^2}{L})\frac{d}{L}\text{，}\ 0\le x\le L \tag{2}$$

於油膜後度很小的假設條件下，薄膜流場之連續方程式與動量方程式分別表達為

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \tag{3}$$

$$\mu\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=\frac{\partial p}{\partial x} \tag{4}$$

其中$u(x,z)$為x方向之速度，邊界條件為

$$u(x,0)=U\text{，}\quad u(x,h)=0\text{，}\quad w(x,0)=0\text{，}\quad w(x,h)=\partial h/\partial t \tag{5}$$

先利用動量方程式配合邊界條件求出u，再代入連續方程式並對z由 0 至h積分可獲得雷諾方程式

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[h^3\frac{\partial p}{\partial x}\right]=6\mu U\frac{\partial h}{\partial x}+12\mu\frac{\partial h_m}{\partial t} \tag{6}$$

定義新的參數H可將隨機粗糙度納入方程式中

$$H=h(x,t)+\delta(x,y,\xi) \tag{7}$$

採用以下無因次參數：

$$x^*=\frac{x}{L}\text{，}V=\frac{dh_{m0}}{dt}\text{，}P^*=\frac{h_{m0}^2 p}{\mu UL}\text{，}R^*=1+\frac{d}{h_{m0}}\text{，}\ell^*=\frac{\ell}{h_{m0}}\text{，}$$

$$t^*=\frac{U}{L}t \tag{8}$$

$$H^* = \frac{H}{h_{m0}} \text{，} \delta^* = \frac{\delta}{h_{m0}} \text{，} \Lambda^* = \frac{\Lambda}{h_{m0}}$$

考慮粗糙度條件之無因次雷諾方程式為

$$\frac{\partial}{\partial \overline{x}}\left[H^{*3}\frac{\partial p^*}{\partial x^*}\right] = 6\frac{\partial h^*}{\partial x^*} + 12\frac{\partial h_m^*}{\partial t^*} \tag{9}$$

$$H^*(x^*,t) = (1-2x^* + x^{*2})(R^*-1) + h_m^*(t^*) + \delta^*(x^*,y^*,\xi) \tag{10}$$

若考慮粗糙度是以一近似高斯分佈(Gaussian distribution)之多項式形式的隨機薄膜厚度函數來表示。並依據隨機理論模式(stochastic models)，擠壓薄膜厚度H可視為一隨機變量，其值由兩部份組成：

$$H = h(x,t) + \delta(x,y,\xi) \tag{11}$$

其中 h 為薄膜幾何光滑面厚度，δ為從光滑面量測之表面粗糙度部份，ξ為一隨機變量。

根據 Christensen 隨機粗糙度模式，軸承之表面粗糙度可分為縱向(longitudinal)、橫向(transverse)及等向(isotropic)三類型。

對(6)式取期望值，可得縱向與橫向粗糙度模式之修正雷諾方程式分別為

$$\frac{\partial}{\partial x^*}\left\{E[H^{*3}]\frac{\partial p^*}{\partial x^*}\right\} = 6\frac{\partial h_p^*}{\partial x^*} + 12\frac{\partial h_m^*}{\partial t^*} \tag{12}$$

$$\frac{\partial}{\partial x^*}\left\{\frac{1}{E[H^{*-3}]}\frac{\partial p^*}{\partial x^*}\right\} = 6\frac{\partial}{\partial x^*}\left\{\frac{E[H^{*-2}]}{E[H^{*-3}]}\right\} + 12\frac{\partial E(H^*)}{\partial t^*} \tag{13}$$

其中

$$E(\overline{\circ}) = \int_{-\Lambda^*}^{\Lambda^*}(\overline{\circ})\cdot\frac{35(\Lambda^{*2}-\delta^{*2})^3}{32\Lambda^{*7}}d\delta^* \text{，} \Lambda^* = 3\sigma \text{，} \tag{14}$$

σ 為高斯分配之標準差

一、縱向粗糙度模式

將縱向粗糙度模式雷諾方程式(12)對 x^* 進行二次積分，並代入邊界條件 $p^*(0)=0$ 、 $p^*(1)=0$ ，可得縱向粗糙度模式之軸承壓力分佈為，

$$p^*_{Long.}(x^*)=6\int_0^{x^*}\frac{h_p^*}{E[H^{*3}]}dx^*+12V^*\int_0^{x^*}\frac{x^*}{E[H^{*3}]}dx^*+c_1\int_0^{x^*}\frac{1}{E[H^{*3}]}dx^* \tag{15}$$

其中， $$c_1=-\frac{\int_0^1\frac{6h_p^*}{E[H^{*3}]}dx^*}{\int_0^1\frac{1}{E[H^{*3}]}dx^*}-12V^*\frac{\int_0^1\frac{x^*}{E[H^{*3}]}dx^*}{\int_0^1\frac{1}{E[H^{*3}]}dx^*} \tag{16}$$

軸承靜態負載容量W^*之定義為，

$$W^*=\frac{Fh_{m0}^2}{\mu UL^2B}=\int_0^1 p^*dx^* \tag{17}$$

因此可得縱向粗糙度模式之負載容量為

$$W^*_{Long.}=6\int_0^1\int_0^{x^*}\frac{h_p^*}{E[H^{*3}]}dx^*dx^*+12V^*\int_0^1\int_0^{x^*}\frac{x^*}{E[H^{*3}]}dx^*dx^*+c_1\int_0^1\int_0^{x^*}\frac{1}{E[H^{*3}]}dx^*dx^* \tag{18}$$

依據動態剛性係數S_c^*之定義，

$$S_c^*=\frac{S_0h_{m0}^3}{\mu UL^2B}=-\left(\frac{\partial W^*}{\partial h_m^*}\right)_0 \tag{19}$$

其中下標 0 表示$V^*=0$，因此可得縱向粗糙度模式之剛性係數為

$$\begin{aligned}S^*_{c,Long.}=&-6\frac{\partial}{\partial h_m^*}\left[\int_0^1\int_0^{x^*}\frac{h_p^*}{E[H^{*3}]}dx^*dx^*\right]-c_1\frac{\partial}{\partial h_m^*}\left[\int_0^1\int_0^{x^*}\frac{1}{E[H^{*3}]}dx^*dx^*\right]\\&-\left(\frac{\partial(c_1)}{\partial h_m^*}\right)_0\cdot\int_0^1\int_0^{x^*}\frac{1}{E[H^{*3}]}dx^*dx^*\end{aligned} \tag{20}$$

依據動態阻尼係數D_c^*之定義

$$D_c^*=\frac{D_0h_{m0}^3}{\mu L^3B}=-\left(\frac{\partial W^*}{\partial V^*}\right)_0 \tag{21}$$

可得，縱向粗糙度模式之阻尼係數為

$$D^*_{c,Long.}=-12\int_0^1\int_0^{x^*}\frac{x^*}{E[H^{*-3})]}dx^*dx^*+12\frac{\int_0^1\frac{x^*}{E[H^{*-3}]}dx^*}{\int_0^1\frac{1}{E[H^{*-3}]}dx^*}\cdot\int_0^1\int_0^{x^*}\frac{1}{E[H^{*-3}]}dx^*dx^* \tag{22}$$

二、橫向粗糙度模式

依照縱向粗糙度模式之類似之過程，使用橫向粗糙度模式雷諾方程式(13)進行推導，可得軸承之靜態負載容量、動態剛性係數與動態阻尼係數等性能之函數式。

橫向粗糙度模式之軸承壓力分佈 $p^*_{Trans.}$

$$p^*_{Trans.}(x^*)=6\int_0^{x^*}E[H^{*-2}]dx^*+12V\int_0^{x^*}E[H^{*-3}]\cdot x^*dx^*+c_2\int_0^{x^*}E[g^{-1}(H^{*-3})]dx^* \tag{23}$$

其中， $$c_2=-6\frac{\int_0^1 E[H^{*-2}]dx^*}{\int_0^1 E[H^{*-3}]dx^*}-12V\frac{\int_0^1 E[H^{*-3}]\cdot x^*dx^*}{\int_0^1 E[H^{*-3}]dx^*} \tag{24}$$

橫向粗糙度模式之軸承負載容量 $W^*_{Trans.}$ 為

$$\begin{aligned}W^*_{Trans.}&=6\int_0^1\int_0^{x^*}E[H^{*-2}]dx^*dx^*+12V\int_0^1\int_0^{x^*}\left(E[H^{*-3}]\cdot x^*\right)dx^*dx^*\\&\quad+c_2\int_0^1\int_0^{x^*}E[H^{*-3}]dx^*dx^*\end{aligned} \tag{25}$$

橫向粗糙度模式之剛性係數 $S^*_{c,Trans.}$ 為

$$\begin{aligned}S^*_{c,Trans.}&=-6\frac{\partial}{\partial h^*_m}\left(\int_0^1\int_0^{x^*}E[H^{*-2}]dx^*dx^*\right)-c_2\cdot\frac{\partial}{\partial h^*_m}\left(\int_0^1\int_0^{x^*}E[H^{*-3}]dx^*dx^*\right)\\&\quad-\left(\frac{\partial(c_2)}{\partial h^*_m}\right)_0\cdot\int_0^1\int_0^{x^*}E[H^{*-3}]dx^*dx^*\end{aligned} \tag{26}$$

橫向粗糙度模式之阻尼係數 $D^*_{c,Trans.}$ 為

$$D^*_{c,Trans.}=-12\int_0^1\int_0^{x^*}\left(E[H^{*-3}]\cdot x^*\right)dx^*dx^*+12\frac{\int_0^1 E[H^{*-3}]\cdot x^*dx^*}{\int_0^1 E[H^{*-3}]dx^*}\cdot\int_0^1\int_0^{x^*}E[H^{*-3}]dx^*dx^* \tag{27}$$

參、結果與討論

本研究採用之參數為 h^*_m=0.6、比較縱向型與橫向型粗糙度參數 Λ^*= 0.3, 0.5，以及平滑面之曲線圖，以進行分析與討論。

圖二表示靜態負載容量 W^* 與進出口尺寸差 R^* 參數之間關係，可得知橫向型之表面粗糙紋路可增加負載容量之效果，縱向型反而會降低負載容量，且橫向型增加負載容量之效果非常大，縱向型僅降低少許負載容量。在接近 R^* =1.5～1.7

負載容量可達最高值，在這範圍之前，進出口尺寸差R^*增加則負載容量W^*急劇增加，此範圍之後則讓負載容量W^*逐漸降低。

圖三表示動態剛性係數D_c^*與進出口尺寸差R^*參數之間關係，可得知橫向型之表面粗糙紋路可以有效增加剛性係數，縱向型僅使得剛性係數降低少許。在某一R^*值時剛性係數可達最高值，在這位置之前，剛性係數S_c^*隨著進出口尺寸差R^*增加而急劇增加，此位置之後則讓剛性係數S_c^*逐漸降低。

圖四表示動態阻尼係數S_c^*與進出口尺寸差R^*參數之間關係，可得知橫向型之表面粗糙紋路可以使阻尼係數增加，縱向型僅則使得阻尼係數降低。無論縱向或橫向型之表面粗糙紋路，阻尼係數S_c^*皆隨著進出口尺寸差R^*增加而降低，且下降幅度由快而逐漸趨緩。

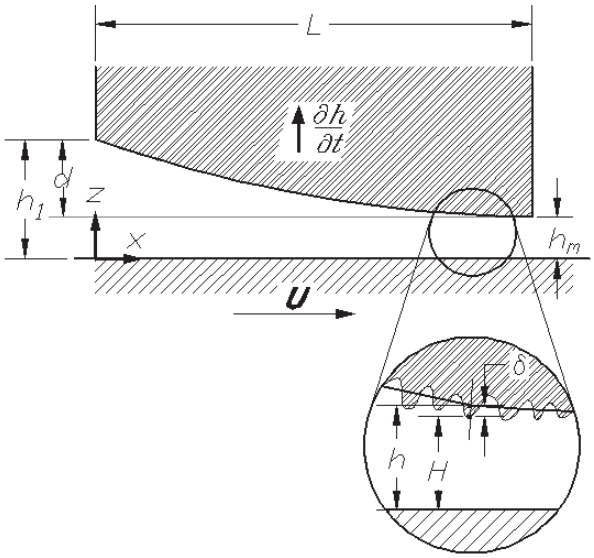
肆、結論

經機械加工過程製造的零件表面難免都會出現粗糙之加工紋路，是故表面粗糙度對於軸承性能影響之分析與了解，至為重要。根據所得結果顯示，縱向型之表面粗糙紋路會降低軸承之潤滑性能。然而，橫向型之表面粗糙紋路卻可以改善軸承之靜態負載容量、動態剛性係數與動態阻尼係數。此外，我們亦發現靜態負載容量與動態剛性係數隨著進出口尺寸差參數R^*值增加而增加到達某一最大值位置，爾後逐漸緩降現象。但是，動態阻尼係數則會隨著進出口尺寸差參數R^*值增加而降低，且下降幅度由快而逐漸趨緩。

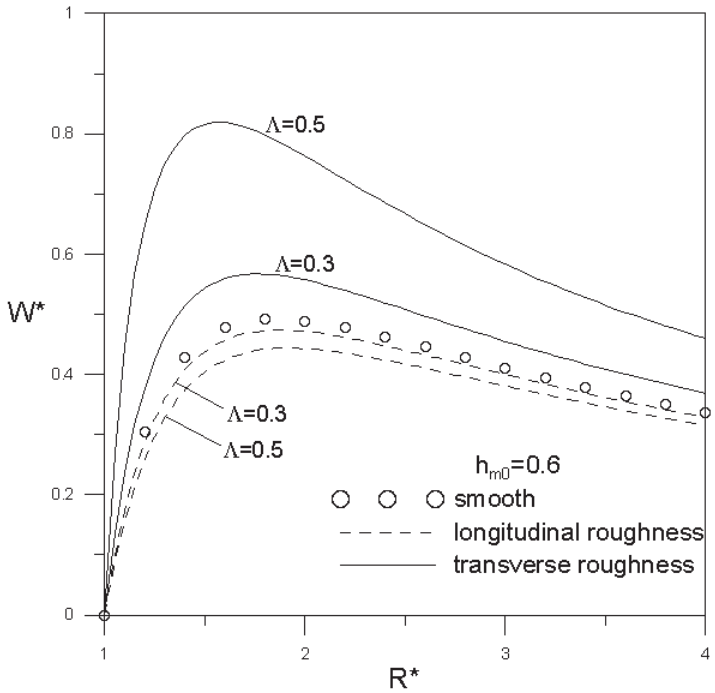
伍、參考文獻

1. Andharia, P.I., Deheri, G.M. and Gupta, J.L., 2001, “Effects of longitudinal surface roughness on the behaviour of squeeze film in a spherical bearing.” *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 6, pp. 885-897.
2. Christensen, H., 1969, “Stochastic model for hydrodynamic lubrication of rough surfaces.” *Proc. Int. Mech. Engrs.*, Vol. 184, pp.1013-11025.
3. Christensen, H., 1971, “Some aspects of the functional influence of rough surfaces in lubrication.” *Wear*, Vol. 17, pp.149-162.
4. Hamza, E.A. and MacDonald, D.A., 1981, “A fluid film squeezed between two parallel plane surfaces.” *J. Fluid Mech.*, Vol. 109, pp. 147-160.
5. Harmrock, B.J., 1994, “*Fundamental of fluid film lubrication*.” New York, McGraw-Hill.

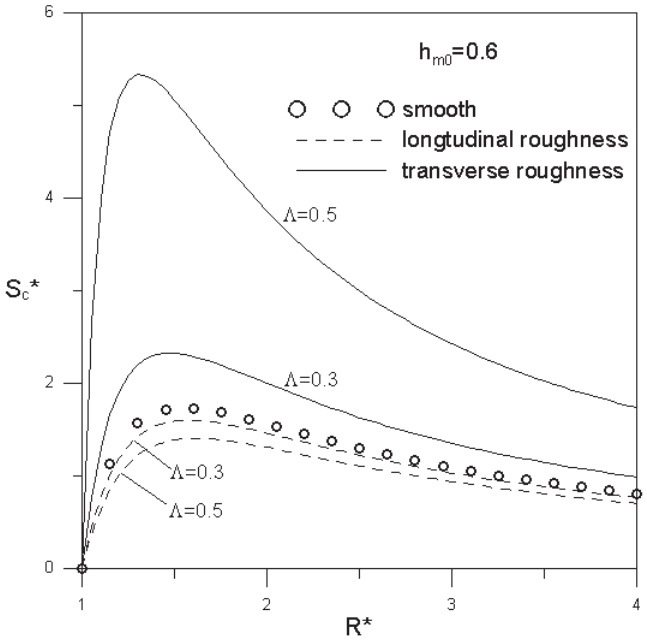
6. Hays, D.F., 1963, “Squeeze films for rectangular plates.” *ASME Journal of Basic Engineering*, Vol. 85, pp. 243-246.
7. Lin , J. R., 2007, “Application of the Hopf bifurcation theory to limit cycle prediction of short journal bearings with isotropic roughness effects.” Proc. IMechE Part J: J. *Engineering Tribology* Vol. 221, pp. 869-879.
8. Lin , J. R., Lu, R. F. and Chien, R. D., 2004 “ Steady and Dynamic Characteristics for a Wide Parabolic Slider Bearings.” *Proceedings of 2004 conference on the Tribology and Material Science*, Huwei, Yunlin, Taiwan, pp. 128-133.
9. Lin, J.R. , 2001, “The effects of couple stresses in the squeeze film behavior between isotropic rough rectangular plates.” *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 6, pp. 1007-1024.
10. Moore, D.F., 1965, “A review of squeeze films.” *Wear*, Vol. 8, pp. 245-263.
11. Prakash, J. and Tiwari, K., 1982, “An analysis of the squeeze film between porous rectangular plates including the surface roughness effects.” *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 24, pp. 45-49.
12. Prakash, J. and Tonder, K., 1977, “Roughness effects in circular squeeze plates.” *ASLE Transaction*, Vol. 20, pp. 257-263.
13. Ramanaish, G., 1979, “Squeeze Films Between Finite Plates Lubricated by Fluids with Couple Stress.” *Wear*, Vol. 54, pp. 315-320.



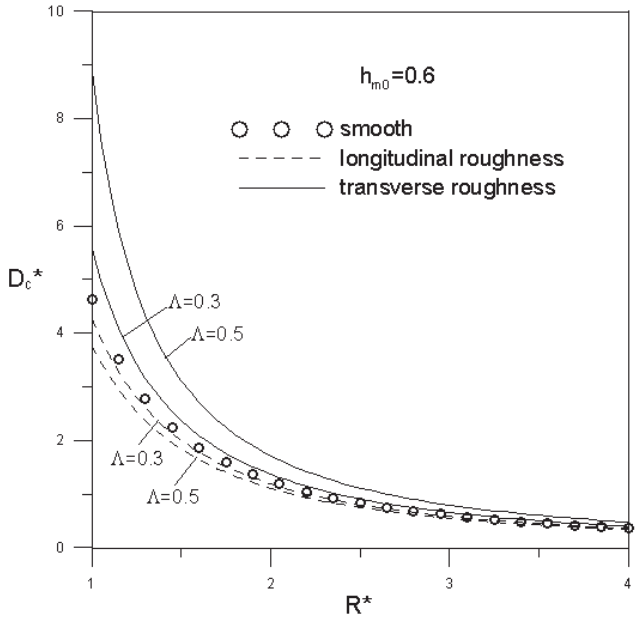
圖一 拋物線面滑動軸承幾何示意圖



圖二 負載容量W^*與進出口尺寸差R參數之間關係



圖三　剛性係數S_c^*與進出口尺寸差R參數之間關係



圖四　阻尼係數D_c^*與進出口尺寸差R參數之間關係