

桃園創新技術學院教師專題研究計畫  
成果報告

\*\*\*\*\*

(散熱片的散熱效能研究)

\*\*\*\*\*

計畫編號：教專研 102P-023

計畫類別：個別型計畫

執行年度：102 年度

執行期間：102 年 1 月 1 日至 102 年 12 月 31 日

計畫主持人：孔光源

執行單位：材料應用科技研究所

研發小組審查：同意結案不同意結案 簽名：

(審查人不得與計畫主持人相同)

中華民國 102 年十二月三十一日

## 散熱片的散熱效能研究

孔光源

材料應用科技研究所

### 摘要

探討主要參數：表面對流、溫度、熱傳，將這些製程參數選為實驗的控制因子，並探討相關參數對應特性的影響。熱方程式中加入表面對流效應，試著探討表面對流效應相對於散熱片之影響，亦可提供散熱片之溫度分佈及熱傳遞狀況解析

### 壹、緒論

#### 一、研究動機

在現今3C（資訊、通訊、消費性電子）產品迅速發展的過程中，輕薄短小的設計已成為未來發展趨勢，各式電子零組件逐漸朝向小型精緻化發展，而電子零件在微小的空間且高速運作的過程中不免產生大量熱能；目前軟體發展最密集的當推影像分析處理軟體，而影像處理軟體分析速度的快慢則決定在中央處理器（Central Processing Unit, CPU）的運算速度。目前各大晶片廠商莫不大力投入以研發，以求發展出運算結果更精準，運算速度更快的中央處理器；然而，運算速度越快的中央處理器，所衍生出的問題是伴隨而來的高熱。當系統運算執行速度越快時，中央處理器的溫度就會越高。CPU溫度升高會逐漸影響運算執行的速度，甚至可能導致運算出來的結果產生誤差；因此，如何解決改善中央處理器在高速運算所伴隨的高溫問題，然而晶片性能不斷的攀升，其發熱量也隨之大幅增加；為了保持晶片性能的穩定度與耐久度，未來電子產品所引發的散熱需求必然大幅增加。資訊電子產品加速小型化，功能不斷提升，加上晶片運算時脈持續提升，使得耗電量及發熱量增加，於是衍生出對散熱的需求。

#### 二、研究目的

過去許多的研究是針對散熱片的散熱效果，而散熱片的外觀形狀也有多種的設計，一維、二維、三維的設計都有，前者對於其散熱效果的觀察過於簡化而難以研究到較佳的散熱數據；後者卻是因為過於複雜，而使得在研究上不易求出散熱數據，故針對軸對稱圓柱散熱片作為本研究的散熱片形狀，透過理論分析與數值解析解來分析散熱片中，所產生熱的分佈情況，及散熱的趨勢，以了解散熱片的形狀與環境場的溫度設定，確保工作主體工作過程的安全性。

探討主要參數：表面對流、溫度、熱傳，將這些製程參數選為實驗的控制因子，並探討相關參數對品質特性的影響。本計畫於熱方程式中加入熱源，試著探討熱源相對於散熱片之影響，亦可提供固態燃料棒之溫度分佈及熱傳遞狀況解析，以及燃料電池周邊固體

裝置之溫度分佈及熱傳遞狀況解析，並散熱片設計參考，然而參考資料中並無相關研究或探討。

## 貳、文獻探討

在傳統工業應用中，常用機械運轉來產生所需的動力及活動，而機械的運轉，產生局部的熱量，這些因運作產生的熱量將會造成系統溫度的上升，而溫度的上升往往會伴隨著一些品質問題或能量耗損。如超過材質的工作溫度、當機、安全疑慮、精度改變或使能源的利用效率降低，而使得機器裝置在運作中發生問題以致於無法達到預期的效果。

軸對稱圓柱狀鰭片之傳導及溫度場的分析，早已廣泛在電子產品散熱、車輛系統及其他工業產品。目前學術界及業界熱門討論分析的專題。尤在現行生活產品趨向輕、薄、短小，散熱元件更是在狹縫中發展。產品的散熱狀況不良，常會帶給使用者不便或是影響功能，甚至造成安全上的疑慮。在使用核能的國家對於核能所產生的能源及大量的熱能，能有效率的防範危險進而把這些熱量以更有效率的途徑散熱及應用於更多的用途上。主要核能的來源，通常是以燃料棒做為核能反應的材料，因核能的能量龐大，能適當的使用話，可以在生活上帶給人們許多方便;不良的散熱情況下使用，將會造成人們極大的危害。所以本文針對軸對稱圓柱狀鰭片應用於在[8]核能燃料棒的分析與討論，使用上更佳的安全;更有效率及方便性。

### 2. 文獻回顧

在處理穩態或暫態鰭片的理論分析，大都忽略鰭片在厚度或徑度方向的溫度變化，而過於簡化唯一維的溫度分佈函數。當在鰭片內之熱傳導係數比鰭片表面之對流熱傳係數大時，才適用一維的理論分析;因為僅討論一維的溫度分佈，對於所能應付的問題有限，但是又因為多維的溫度分析研究起來過於複雜，故二維的溫度分佈最為適當，能解決許多問題且不過於複雜難解。

Kung 在[1]和[3] 以「分離變數法」求得當根部受到振盪熱源之二維熱方程式之解析解。文中將多變數偏微分方程式轉換為一組的常微分方程式，分離變數法適用於2維及3維圓柱型暫態熱傳導方程式。邊界條件中振盪熱源可經由假設使之簡化。

Raj 與 Avram [2] 解析圓柱垂直熱傳導之溫度分佈及熱交換方程式。這類的散熱銷在增加徑向Bi值時，被發現違反典型散熱銷結果。深入分析及研究垂直軸對稱鰭片溫度場及熱傳率方程式將有助了解此類的散熱圓柱。

Kung在 [4], [5], [6], 採用重疊法和分離變數法做為求解微分方程式的方法, 解決初始邊值及偏微分方程的問題。偏微分方程式, 先以分離變數法解齊次方程式的問題, 然後在將熱源項導入相關的特徵函數在r方向的變量分離後, 貝塞爾方程的形成, 來解決相關問題。

P. MALITS [7] 將貝索函數轉換為sin函數使之類似於貝索級數的公式, 用以解決二倍及三倍『傅立葉-貝索級數』的方程式。方程式被轉換為第二類Fredholm積分方程式或單一積分方程式, 偏微分方程式, 故利用分離變數法轉換成為多個單一變數之常微分方程式, 透過傅立葉定律、貝索函數等形式, 將初始條件及不同的邊界條件代入統御方程式中運算, 得到常微分方程式的解析解。

### 參、研究方法

主要探討軸對稱圓柱狀鰭片之暫態熱傳分析與溫度場之影響。研究物件為軸對稱之圓柱狀鰭片, 其物理模型如圖 1 所示: 座標原點位於鰭片根部(左端面)之圓心, 向右為 z 軸, 向上為 r 軸。 $0 \leq z \leq 1, 0 \leq r \leq 1$ 。各處厚度及材質均勻, 擁有對稱性質, 並假設材料特性為常數。圓柱體由外觀區分三個架構: 根部(底部)、柱狀部分(圓周表面)、端部(頂部)、其散熱狀況均受到熱傳係數值的影響, 故對這三個部分做基本的假設。

物理模型圖如下圖 1 所示:

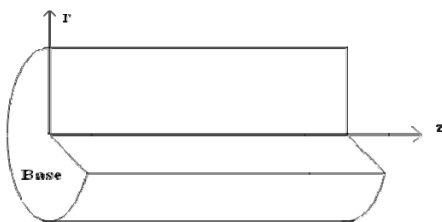


圖 1: 軸對稱圓柱狀鰭片示意圖

軸對稱圓柱狀鰭片, 熱量經由根部透過圓周表面及端部散去內部因機構運作產生的熱量, 因為有熱的散失, 所以有對流熱傳之暫態熱傳問題。其因次方程式經過無因次所得的統御方程式, 初始條件, 邊界條件如下:

$$\frac{\partial u(r,z,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 u(r,z,t)}{\alpha^2} + \frac{\partial^2 u(r,z,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u(r,z,t)}{\partial r} + \delta(r,z,t) \quad (1)$$

最初圓柱狀鰭片是在與周圍的流體平衡, 即:

$$t = 0; u(r, z, 0) = 0 \quad (2)$$

下式為邊界條件:

$$t > 0 \text{ and } r = 0 : u(0, z, t) = \text{finite} ; \quad (3)$$

$$r = 1 : u_r(1, z, t) = 0 \quad (4)$$

$$z = 0 : -u_z(r, 0, t) + Bi \cdot u(r, 0, t) = Bi + q ; \quad (5)$$

$$z = l : u_z(r, l, t) + Bi_l \cdot u(r, l, t) = 0, \quad (6)$$

### 3.2 分析方法

本文採用重疊法和分離變數法做為求解微分方程式的方法，是一個很好的方法來解決初始邊值及偏微分方程的問題。然而，偏微分方程式，可以先以分離變數法解齊次方程式的問題，然後將熱源項導入相關的特徵函數在  $r$  方向的變量分離後，貝塞爾方程的形成，來解決問題和特徵值。同理，微分方程式中的  $z$  坐標與非齊次邊界條件，可以轉化為與齊次邊界條件，在以特徵函數展開之。在本文中， $\alpha_m$  為式(7)之所有正值根。

$$J_1(\alpha_m) = 0 \quad (m = 1, 2, 3) \quad (7)$$

此外，也可以在時域的微分方程所熟悉的一階積分因子的方法來求解：

$$u_{mn}(t) = \frac{C_{mn}}{\beta_n^2 + \alpha_m^2} (\beta_n^2 e^{-(\beta_n^2 + \alpha_m^2)t} + \alpha_m^2) \quad (8)$$

在式(8)中這些函數所形成的乘積可滿足熱傳導偏微分方程式，並可自動滿足初始條件及邊界條件。 $Bi$  和  $Bi_l$  為對流傳導係數。隨著端部畢歐數和圓周表面畢歐數值的增加，使得散熱效率增加；亦會隨著距離根部越遠時，其散去的熱越多，所以在端部透過解析解得到的溫度會比根部所求得的溫度值則依各解析解及  $Bi$  值，代入解析方程式中分析：

$$u(r, z, t) = \sum_{m=1}^{\infty} (zA_m + (l-z)B_m + \sum_{n=1}^{\infty} [u_{mn}(t) + D_{mn}] \cdot [\cos(\beta_n \cdot z) + \frac{Bi}{\beta_n} \sin(\beta_n z)]) J_0(\alpha_m r) \quad (9)$$

熱源  $\delta(r, z, t)$  被分解成簡單的組件，如下：

$$\delta(r, z, t) = \sum_{m=1}^{\infty} (\sum_{n=1}^{\infty} [D_{mn}] \cdot [\cos(\beta_n \cdot z) + \frac{Bi}{\beta_n} \sin(\beta_n z)]) J_0(\alpha_m r) \quad (10)$$

此外，在  $z$  方向上的傳熱速率由下式給出：

$$Q(r, z, t) = -\int_0^r 2\pi r \frac{\partial u(r, z, t)}{\partial z} dr \quad (11)$$

通過進行必要的計算，我們得到

$$Q(r, z, t) = -2\pi \sum_{m=1}^{\infty} (A_m - B_m + \sum_{n=1}^{\infty} [U_{mn}(t) + D_{mn}] [-\beta_n \sin(\beta_n z) + Bi \cdot \cos(\beta_n z)]) \cdot \frac{r}{\alpha_m} j_1(\alpha_m r) \quad (12)$$

$$A_m = \frac{D_m}{(Bi + Bi_i + l \cdot Bi \cdot Bi_i) \cdot l} \quad (m=1,2,3) \quad (13)$$

$$B_m = \frac{(l \cdot Bi_i + 1) D_m}{(Bi + Bi_i + l \cdot Bi \cdot Bi_i) \cdot l} \quad (m=1,2,3) \quad (14)$$

$$C_{mn} = -\frac{2(\beta_n \cdot \cos(\beta_n \cdot l) + [A_m \beta_n^2 l + (A_m - B_m) Bi] \cdot \sin(\beta_n l) - [A_m - B_m (1 + Bi_i)] \cdot \beta_n)}{((\beta_n^2 - Bi^2) \cdot \cos(\beta_n l) \sin(\beta_n l) - 2Bi \cdot \beta_n \cos^2(\beta_n l) + [(\beta_n^2 + Bi^2) \cdot l + 2Bi] \cdot \beta_n)} \quad (15)$$

$$D_m = \begin{cases} Bi + q & (m=1) \\ \frac{2(Bi + q) \cdot j_1(\alpha_m)}{\alpha_m \cdot [j_0(\alpha_m)]^2} & (m=2,3,4) \end{cases} \quad (16)$$

$$D_{mn} = \frac{8 j_1(\alpha_m) \beta_n (Bi - Bi \cos(\beta_n l) + \beta_n^2 \sin(\beta_n l)) [1 - e^{-(\beta_n^2 + \alpha_m^2) t}]}{\alpha_m ([j_0(\alpha_m)]^2 + [j_1(\alpha_m)]^2) \cdot (4\beta_n \cdot Bi \sin^2(\beta_n l) - Bi^2 \cdot [\sin 2\beta_n l] - 2\beta_n l) + \beta_n^2 [\sin 2\beta_n l + 2\beta_n l] (\beta_n^2 + \alpha_m^2)} \quad (17)$$

$$\tan(\beta_n l) = \frac{\beta_n (Bi + Bi_i)}{\beta_n^2 - Bi \cdot Bi_i} \quad (n=1,2,3) \quad (18)$$

### 肆、結果與討論

本研究為了更清楚地表達上述解析解之散熱效果，以圖顯示熱傳溫度分佈、熱通量與距離及時間等的係：

圖 1 為  $\delta$  不為零之溫度分佈：

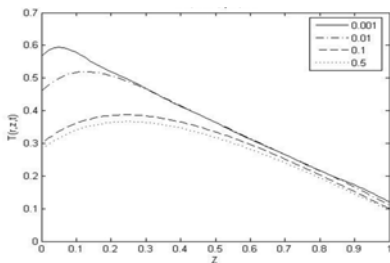


圖 1：為  $q=1$ ，在  $Bi=1$ ， $Bi_i=5$ ， $L=1$  的條件下，溫度分佈與長度及時間的關係圖。

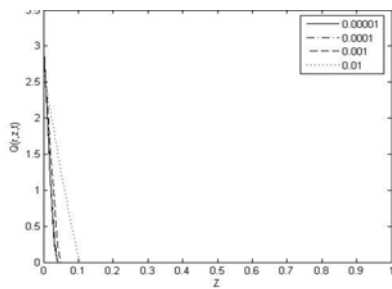


圖 2 在固定 Bi 之值，改變 Bi1 的大小討論不同 Bi1 值對於熱通量的變化。 $q=1$ ，在  $Bi=1$ ， $Bi1=10$ ， $L=1$ 。

圖 2 時間變化圖

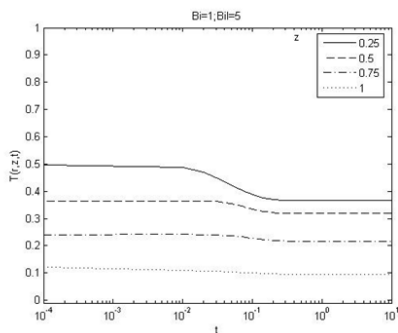


圖 3

## 伍、結論

探討軸對稱圓柱狀鰭片端部之暫態熱傳分析。一般物體作用產生的熱量，經由「傳導」、「對流」等方式將溫度或熱量由高溫傳至低溫處，本文主要討論軸對稱圓柱狀鰭片，在根部受制一固定溫度作用下，圓周表面對流效應之暫態熱傳分析。本文利用分離變數法來處理軸對稱圓柱狀鰭片，可以避免處理複雜的逆拉式轉換法的困難計算。軸對稱圓柱狀鰭片，圓周表面與端部的畢歐數值直接影響著鰭片的效率。散熱效果除了各部位之畢歐數值的差異，另外是鰭片的幾何長度大小，擁有較大的幾何長度，其量測的溫度較低，表示其散熱效果較佳。

## 誌謝

感謝桃園創新技術學院提供研究經費教專研102P-023計畫。

## 參考文獻

[1] Kung, K. Y. and Srivastava H. M., “Analytic transient solutions of a cylindrical heat equation with oscillating heat flux”, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 195, No. 2, pp. 745-753 (2008).

[2] Raj Bahadur and Avram Bar-Cohen, “Orthotropic thermal conductivity effect on

**cylindrical pin fin heat transfer” , International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 50, pp. 1155 – 1162 (2007).**

**[3] Kuo, G.C., Hu, Y.H., Liaw, W.L., Wang, K.J., and Kung, K.Y., "Transient Temperature Solutions of a Cylindrical Fin". WSEAS Transactions on Mathematics Vol.10, 2011 pp.47-55.**

**[4] Ko-Ta Chiang, Kuang Yuan Kung and H. M. Srivastava, Analytic transient Solutions of a Cylindrical Heat Equation with a heat source, Applied Mathematics and Computation, Vol. 215 (2009) pp.2877 – 2885**

**[5] H.M. Srivastava, K.Y. Kung, K.-J. Wang, Analytic solutions of a two-dimensional rectangular heat equation, Russian J. Math. Phys. 14 (2007) 115 – 119.**

**[6] H.M. Srivastava, K.Y. Kung, K.-J. Wang, Analytic solutions of a two-dimensional rectangular heat equation with a heat Source, Russian J. Math. Phys. 15 (2008) 542 – 547.**

**[7] Malits, P. “Dual and Triple Fourier-Bessel Series Equations” , Computers and Mathematics with Applications, Vol. 48, pp. 823-831 (2004).**

**[8] Nikolai A. Kudryashov , Aleksandr V. Khlunov, Mikhail A. Chmykhov, Thermal regimes of high burn-up nuclear fuel rod ,Commun Nonlinear Sci Numer Simulat 15 (2010) 1240 – 1252**

**教師專題研究計畫部分成果 發表於:**

**孔光源、郭家全、詹英瀚,圓柱熱方程之暫態分析,2013 電子工程技術研討會 高雄市 2013/05/28**