

南亞技術學院教師專題研究計畫

成果報告

應用影像處理技術探討振動床邊壁條件對圓片顆
粒運動行為之影響

計畫編號： 教專研100P-020

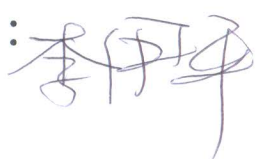
計畫類別： 個別型計畫

執行年度： 100 年度

執行期間： 2011年1月1日至2011年12月31日

計畫主持人： 廖新興

執行單位： 土木與環境工程系

研發小組審查：同意結案不同意結案 簽名：

(審查人不得與計畫主持人相同)

中 華 民 國 年 1 月 30 日

應用影像處理技術探討振動床邊壁條件對圓片顆粒運動行為之影響

廖新興

土木與環境工程系

摘要

顆粒體在振動床中之流動行為，在許多工業製程中是非常重要的。在製藥、化工粉末及食物製程中，振動床被用來混合、分離或乾燥顆粒物質。許多研究結果顯示振動顆粒床呈現多種複雜的現象，例如堆積(heaping)，圖案型式(pattern formation)，迴流(convection)，流體化(fluidization)，尺度分離(size segregation)，表面波(surface wave)及拱效應(arching)。

本計畫進行相關的振動床試驗，旨在探討圓片顆粒物質，在振動床流動過程中之轉動行為。試驗所採用的圓片顆粒，取出部分顆粒，在其圓面上標示雙圓記號，作為追蹤粒子，藉以了解圓形顆粒物質在流動過程中，顆粒轉動行為的影響。在振動床試驗中，以影像處理技術與質點追蹤法，量測圓片顆粒的平移速度與旋轉速度，計算顆粒體的粒子溫度與擴散係數，並探討這些輸送性質與流動行為之關係。

在本研究的結果中可以發現，振動床加速度由 1g 增大至 2g，此時顆粒體尚無明顯移動，圓片顆粒體的轉動能量佔總能量最高可達 70% 以上，加速度約大於 7g 以上，旋轉動能佔總動能之比例約維持 20% 左右。較高的振動加速度，壁面粗糙度對旋轉動能呈現正比之影響，壁面粗糙度大，旋轉動能也較高。平移動能及總動能與邊壁粗糙度之關係大致相近，較低振動頻率且較高加速度，壁面粗糙度對平移動能呈顯著正比例之影響。低振動加速度，壁面粗糙度對平移及旋轉動能之影響均較不明顯。較高的振動頻率，甚至出現壁面粗糙度對平移動能呈反比例之影響，即粗糙度增大，平移動能反而有減小的現象。

關鍵詞：振動床；影像處理；圓片顆粒；輸送性質

1. 前言

在工業製程中，大部分之原料為顆粒物質或顆粒體 (Granular material)，例如土木工程中的粗骨材、細骨材、土壤，農業工程中的稻米、黃豆、玉米粒，化學工程中的粉末，礦業工程中的礦砂，製藥工程中的藥粉和藥錠，了解這些顆粒物質在充填，搬運、輸送及儲存過程中之受力情況及流動行為，有助於工業界增加製程效益的參考。事實上，工業界對於一般流體的操作效能可以達到 90%，但對於顆粒物質卻只有 48%，可見顆粒物質的處理，在工業製程中仍有相當大的改善空間。學術界至今對於顆粒物質流動行為的

了解仍有不足，所以工業界多半依賴經驗公式，從事相關設計工作，此經驗法則難以可靠地應用至不同流量或不同形式之顆粒物質流動問題，因此探討顆粒物質流動基本現象的機制，實有賴於學術界積極研究，進而提供工業界可靠的設計資訊。

顆粒體在振動床中之流動行為，在許多工業製程中扮演非常重要之角色，例如在製藥、粉末冶煉、化工粉末及食物工業製程中，振動床被用於包裝填充、使顆粒充分混合、加熱或乾燥。在過去的十五年當中，振動床顆粒體的流動行為，吸引許多工程師及物理學家們加入研究，他們的研究結果顯示振動顆粒床呈現多種複雜的現象，這些現象包括堆積(heaping) (Lee, 1992; Wassgren et al., 1996)、圖案型式(pattern formation) (Bizon et al., 1998)、迴流(convection) (Tai and Hsiau, 2004)、流體化(fluidization) (Warr et al., 1995)、尺度分離(size segregation) (Hsiau and Yu, 1997)、表面波(surface wave) (Melo et al., 1994)及拱效應(arching) (Hsiau et al., 1998)。

Knight et al. (1993)以實驗方式，探討振動使得大小顆粒都進行迴流運動，迴流運動是容器中央的顆粒上升，兩側邊壁的顆粒下降的過程。在垂直振動床中，沿著容器壁所產生的迴流現象是最廣泛存在的一種顆粒體的運動現象。所謂邊壁迴流(Side Wall Convection)現象，是指因為邊界器壁摩擦力的影響，使得靠近容器邊壁的顆粒沿著器壁向下移動，到某些深度時才又進入向上流動的顆粒群中，隨著向上流動到自由表面，經過多次隨機彈跳運動，回到容器壁時又開始向下流動，如此重複循環形成所謂的迴流胞。

有許多學者亦曾做與迴流現象有關的研究，Clement et al. (1992)將光滑顆粒體僅置一層於容器中，限制顆粒體在兩個維度運動，觀察其迴流現象。Savage (1988)利用動力理論(Kinetic Theory)來定義顆粒體的迴流行為。Knight et al. (1993)和 Ehrichs et al. (1995)對邊壁迴流現象做深入的研究，並且定義出一些量化的新結果。Knight and Nagel (1993)利用 MRI(Magnetic Resonance Imaging)的影像技術，將直徑很小的種子，置於一半徑很小的圓柱形容器內，圓柱形容器半徑約 12~15 倍種子直徑，實驗觀察在不同振動加速度時，容器內的迴流現象。Rosato and Lan (1995)利用數值模擬的方法來模擬迴流現象，並發現當採用較寬的容器時，迴流胞會發生在靠近容器壁的兩個邊界處。

Douady et al. (1989)稱此處為弱點(Defect)，也就是顆粒運動最不劇烈的地方。造成此現象的主要原因是顆粒體在高速振動時會有強烈的迴流運動產生，在容器內會有數個迴流胞(Convection Cell)出現，由於相鄰兩個迴流胞運動方向相反，在其互相接觸的邊界處運動方向一致向下，此處即為節點，另一邊界向上運動就是反節點(Anti-Nodes)，也是顆粒體運動最激烈之處。

Wassgren (1997)藉由更換三種邊壁，探討邊壁摩擦力對顆粒振動床迴流現象的影響，其論文提到當使用玻璃材質的邊壁時，迴流的速度幾乎為零，當使用壓克力材質時，顆粒體的迴流現象相當的微弱，最後是砂紙則有三者最強的迴流現象產生，其顆粒體迴流胞流量多寡順序，壁面為砂紙者大於壓克力大於玻璃。

Wassgren 等人(1996)使用二維離散元素法，模擬檢測振動床中圓形顆粒體的迴流細胞現象，探討方位比(aspect ratio)對迴流細胞形式、迴流中心位置及顆粒流動速率之影響情形。Yang and Hsiau (2001a, 2001b)以試驗及二維離散元素法模擬，研究振動床中圓形顆粒體自我擴散行為(self-diffusion)，他們的研究結果顯示顆粒體自我擴散係數隨著無因次加速度振幅增加而變大，而且固體率(solid fraction)對流動行為非常的敏感。Lu and Hsiau (2005)使用三維離散元素法模擬靜電力作用下振動床中球形顆粒體的混合行為，模擬結果顯示，粒子溫度隨著靜電力比(靜電力與顆粒重之比)的增加而呈線性增加，而且混合率常數與靜電力比呈現冪次關係。

上述諸多顆粒體流動行為的研究，其研究對象幾乎均偏重於圓球形顆粒之平移行為。Chung et al (2009)則對非球形之雙顆粒體，進行震動床試驗，試驗結果顯示，震動床振動頻率為 25 Hz，當加速度達到 11.2g，直徑為 4mm 圓球組合而成的雙顆粒體出現迴流現象。流動過程中，雙顆粒體除平移運動外，流場內的顆粒或多或少皆有轉動行為，尤其在自由表面之顆粒，具有相當大的旋轉量。另外，運動中顆粒的總動能所包含之平移動能與旋轉動能，其中旋轉動能約佔總動能之 25%，則以往顆粒體流動的研究中，忽略顆粒旋轉運動，僅考慮顆粒的平移運動，將無法精確地、完整地描述整個流場的行為。因此，圓形顆粒體在流動過程中，旋轉運動對流動性質之影響，實有必要，再進一步加以探討與研究。

2. 實驗設備與量測技術

2.1 實驗設備

本研究進行球形與非球形顆粒體振動實驗，使用之振動床設備如圖 1 所示。圖中 Techron VTS-100 為電磁式振動系統，提供垂直方向之振動，振動床系統由波型產生器(Meter DDS FG-503)控制波形與頻率，波型產生器所產生之正弦波經由放大器(Techron Mode 5530)放大振動強度，驅動電磁振動系統使得振動台產生垂直方向簡諧運動。振動台上安置一加速規(Dytran 3136A)，連接示波器(Tektronix TDS 210)，用以量測振動台的振動頻率 f 與加速度 a 。實驗主體設備的振動床系統固定於水泥工作台上，以避免不必要的振動並確保實驗品質。

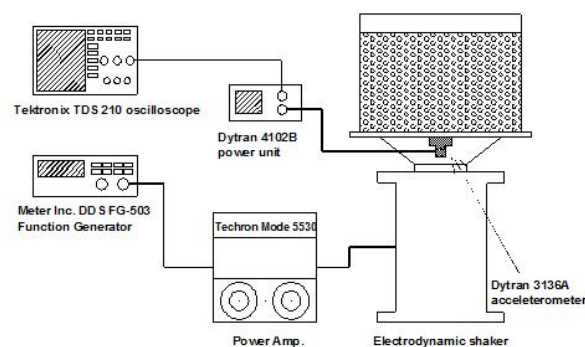


圖 1 振動床設備圖

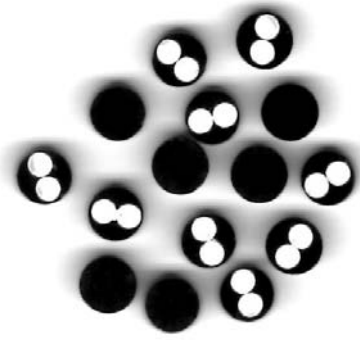


圖 2 振動床內黑色(背景)與白色(追蹤)之自由運動顆粒

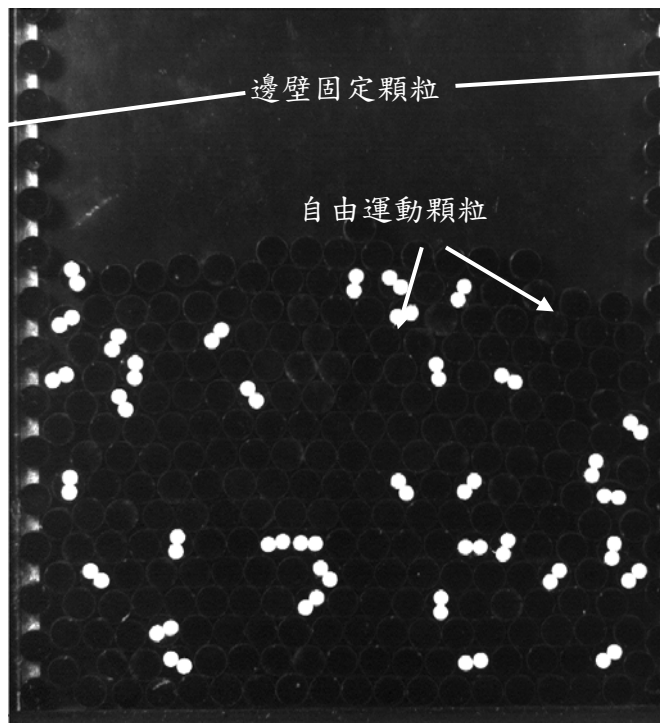


圖 3 振動床內的邊壁顆粒與黑白兩色之自由顆粒

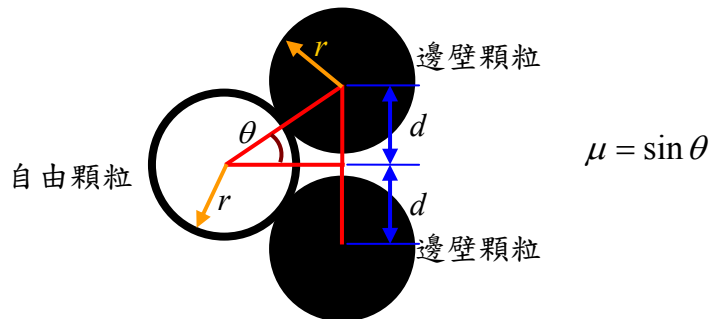


圖 4 邊壁粗糙度 μ

為了分析實驗數據，定義兩個實驗參數，無因次振動加速度 Γ ，以方程式(1)表示：

$$\Gamma = \frac{r\omega^2}{g} = \frac{r(2\pi \cdot f)^2}{g} \quad (1)$$

式中 Γ 可由加速規的電壓值換算而得； r 為振動台的振動振幅； ω 為振動強度頻率(圓頻率)； f 為振動頻率； g 為重力加速度。

本實驗設備整個系統包含：(1)電磁式振動器；(2)波型產生器；(3)訊號放大器；(4)資料擷取卡；(5)加速規；(6)示波器；(7)散熱風箱及放大器風扇；(8)CCD 照相機；(9)裝載容器；(10)實驗用顆粒物質為直徑 6mm 厚度 3mm 之圓片(如圖 2 所示)。

2.2 量測技術

本研究採用改良式粒子追蹤法(Improved Particle Tracking Velocimetry)[39]量測任一瞬間非球形顆粒體之位置及方位，並進而計算平移速度及旋轉速度。此改良式粒子追蹤法之原理詳述如下：

考慮兩張連續拍攝的圖像，所對應的時間分別為時間 t_1 與 t_2 ，如圖 5 所示。選定一小視窗 ($N_1 \times M_1$ 像素) 分配在一顆非球形顆粒的周圍，如圖三之左圖，再選定一較大的視窗 ($N_2 \times M_2$ 像素) 分配如圖三之右圖。

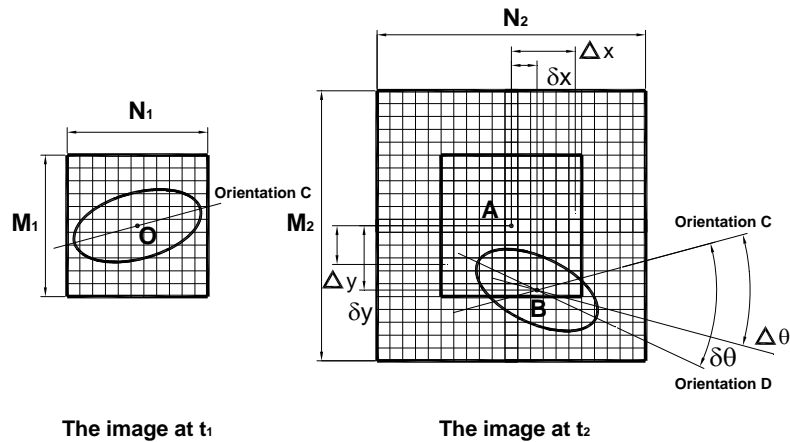


圖 5 時間為 t_1 與 t_2 之圖像示意圖。

考慮一非常短的時間間隔，該非球形顆粒應處在較大的視窗內，在此時間間隔內該粒子的運動具有移動與旋轉，移動的像素在 x 方向與 y 方向分別為 δx 與 δy 而且旋轉的角度為 $\delta \theta$ 。自動相關值(auto-correlation value) $c(\Delta y, \Delta x, \Delta \theta)$ 為在第一個視窗內與在第二個視窗內所對應像素之灰階值乘積之總和，如方程式(2)所示：

$$c(\Delta y, \Delta x, \Delta \theta) = \sum_{i=1}^{M_1} \sum_{j=1}^{N_1} \bar{P}_1(i, j, \Delta \theta) P_2(i + \Delta y, j + \Delta x) \quad (2)$$

其中 i 與 j 分別為像素座標； \bar{P}_1 和 P_2 分別為兩區域的灰階值。方程式(2)之意義為：第一個視窗從 $-N_1/2$ 至 $N_1/2$ 在水平方向作平移，從 $-M_1/2$ 至 $M_1/2$ 在垂直方向作平移及從 -90° 至 90°

作旋轉。值得注意的是： \bar{P}_1 為 $\Delta\theta$ 的函數， P_2 為 Δy 與 Δx 的函數及 $c(\Delta y, \Delta x, \Delta\theta)$ 為 Δy 、 Δx 與 $\Delta\theta$ 的函數。當兩張圖像在某一位置及某一方位相關性最高時，亦即完全重合時，則該位置的自動相關值 $c(\Delta y, \Delta x, \Delta\theta)$ 為所有位置自動相關值之最大值，此時給定 $\Delta y = \delta y$ ， $\Delta x = \delta x$ 及 $\Delta\theta = \delta\theta$ 。

在方程式(2)中，圖 6 的追蹤粒子相對於質心的旋轉必須考慮座標旋轉，使用雙立方內插法(bi-cubic interpolation method) [40]增加圖像旋轉時的精確度，該法採用 16 個相鄰點進行內插，如圖四所示。

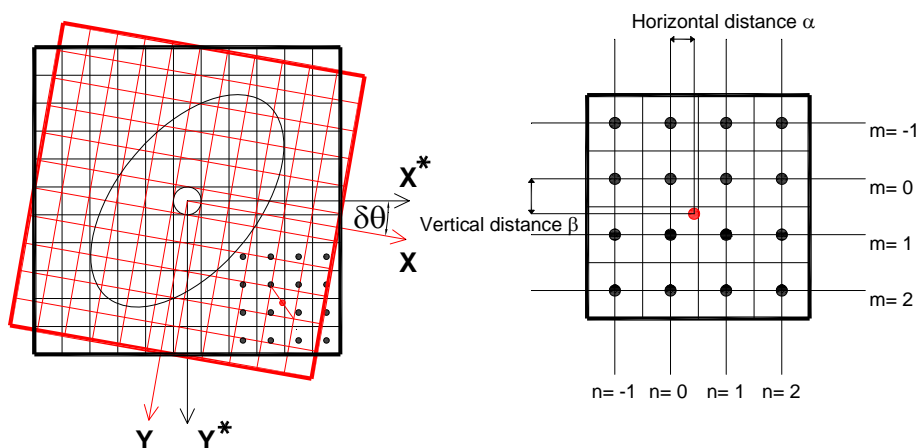


圖 6 雙立方內插法示意圖。

一維的內差核心函數 h_c ，如方程式(3) 所示：

$$h_c = \begin{cases} 1 - 2|x|^2 + |x|^3 & , 0 \leq |x| < 1 \\ 4 - 8|x| + 5|x|^2 - |x|^3 & , 1 \leq |x| < 2 \\ 0 & , 2 \leq |x| \end{cases} \quad (3)$$

而轉動後的灰階值可以方程式(4)求得：

$$\bar{P}_1(i, j, \Delta\theta) = \sum_{m=-1}^2 \sum_{n=-1}^2 P_1(i^* + m, j^* + n) h_c(\alpha - n) h_c(\beta - m) \quad (4)$$

$$i^* = \text{int}(i \times \cos(\Delta\theta) + j \times \sin(\Delta\theta)) ; j^* = \text{int}(-i \times \sin(\Delta\theta) + j \times \cos(\Delta\theta))$$

其中 $\bar{P}_1(i, j, \Delta\theta)$ 為轉動後的灰階值，而 $P_1(i^*, j^*)$ 則為轉動前的灰階值； α 、 β 、 m 與 n 的意義也表示在圖五中；方程式(4)中符號“int”表示取整數值。

為了更進一步增加計算的精確度，灰階導數在 x 方向與 y 方向的修正也納入自動相關值的計算中，分別是 $c_x(\Delta y, \Delta x, \Delta\theta)$ 與 $c_y(\Delta y, \Delta x, \Delta\theta)$ 。

將 $c(\Delta y, \Delta x, \Delta \theta)$ 、 $c_x(\Delta y, \Delta x, \Delta \theta)$ 及 $c_y(\Delta y, \Delta x, \Delta \theta)$ 分別乘以對應的加權因子(weighting factor) k 、 k_x 及 k_y 後再相加，便可得到一修正後之總自動相關值 $c_{total}(\Delta y, \Delta x, \Delta \theta)$ ，修正方法的細節部分可參閱文獻[5-6]。改良式粒子追蹤法之誤差分析，可定義相對誤差如方程式(5~7)所示：

$$\varepsilon_x = \left| \frac{(X_{Measurement} - X_{Computation})}{M_{Occupied}} \right| \times 100\% \quad (5)$$

$$\varepsilon_y = \left| \frac{(Y_{Measurement} - Y_{Computation})}{M_{Occupied}} \right| \times 100\% \quad (6)$$

$$\varepsilon_\theta = \left| \frac{(\theta_{Measurement} - \theta_{Computation})}{360^\circ} \right| \times 100\% \quad (7)$$

式中， ε_x 、 ε_y 及 ε_θ 分別為 x 方向之相對誤差、 y 方向之相對誤差及旋轉方向之相對誤差； $X_{Measurement}$ 、 $Y_{Measurement}$ 及 $\theta_{Measurement}$ 分別為使用 Image Tool 軟體量測後所得追蹤顆粒之 x 座標值、 y 座標值及方位角值； $X_{Computation}$ 、 $Y_{Computation}$ 及 $\theta_{Computation}$ 分別為使用改良式粒子追蹤法計算後所得追蹤顆粒之 x 座標值、 y 座標值及方位角值； $M_{Occupied}$ 為一顆追蹤顆粒所佔之像素值； 360° 代表一圓周角。本研究中，所有追蹤顆粒之 x 方向相對誤差 ε_x 與 y 方向相對誤差 ε_y 皆小於 1%，而且旋轉誤差 ε_θ 小於為 1%。

3. 振動顆粒床之傳輸性質

顆粒體在振動床內之流動行為可藉由顆粒體之輸送性質分析之。在計算這些輸送性質時，除了考慮顆粒之平移運動外，還必須考慮顆粒之旋轉運動。振動床試驗期間，每一組拍攝時間為 12 秒，因此振動頻率為 15Hz，除 5g 拍攝 3600 張(300pps)，其餘的加速度，拍攝 1800 張(150pps)；振動頻率為 25Hz，除 11g 拍攝 6000 張(500pps)，其餘的加速度，拍攝 3000 張(250pps)；振動頻率為 35Hz，拍攝 4200 張(350pps)；振動頻率為 45Hz，拍攝 5400 張(450pps)，以下所有輸送性質的計算皆根據 12 秒內所拍攝之影像分析所得。

3.1 局部平均速度及局部擾動速度

將振動床分成 M 列與 N 行子區域，局部平均速度(local average velocity)定義為進入

同一子區域內的所有粒子速度之平均，如方程式(8)所示：

$$\bar{u}_{mn} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{mn}} u_{i,mn}}{N_{mn}} ; \bar{v}_{mn} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{mn}} v_{i,mn}}{N_{mn}} ; \bar{\omega}_{mn} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{mn}} \omega_{i,mn}}{N_{mn}} \quad (8)$$

式中， $u_{i,mn}$ ， $v_{i,mn}$ 及 $\omega_{i,mn}$ 為在區域(m, n)中第*i*個速度之*x*方向平移速度，*y*方向平移速度及旋轉速度； \bar{u}_{mn} ， \bar{v}_{mn} 及 $\bar{\omega}_{mn}$ 為該區域之平均*x*方向速度、*y*方向速度及旋轉速度，即為局部平均速度； N_{mn} 為追蹤粒子進入該子區域(m, n)中之總次數。

局部擾動速度(local fluctuation velocity)定義為進入同一子區域內的所有粒子速度與該區域平均速度差值平方和之均方根值，可以方程式(9)表示之：

$$u'_{mn} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_{mn}} (u_{i,mn} - \bar{u}_{mn})^2}{N_{mn} - 1}} ; v'_{mn} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_{mn}} (v_{i,mn} - \bar{v}_{mn})^2}{N_{mn} - 1}} ; \omega'_{mn} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_{mn}} (\omega_{i,mn} - \bar{\omega}_{mn})^2}{N_{mn} - 1}} \quad (9)$$

式中， u'_{mn} ， v'_{mn} 及 ω'_{mn} 為該區域(m, n)之*x*方向擾動速度、*y*方向擾動速度及旋轉擾動速度。

3.2 無因次質量流率

今考慮具有垂直邊壁振動床中之雙迴流胞，以左方迴流胞而言，通過迴流中心的水平截面上，迴流中心左方顆粒體向下流動，而右方顆粒體向上流動，理論上迴流中心左方顆粒體與右方顆粒體的質量流率應該相等。同樣地，通過迴流中心的垂直截面上，迴流中心上方顆粒體向左流動，而下方顆粒體向右流動，理論上迴流中心上方顆粒體與下方顆粒體的質量流率應該相等。若系統內顆粒體積佔有率(solid fraction)為定值，則每單位深度的水平方向及垂直方向流量，可以方程式(11)表示：

$$q_x = \sum_{m=1}^M |\bar{u}_{mn} \Delta Y| ; q_y = \sum_{n=1}^{N/2} |\bar{v}_{mn} \Delta X| \quad (10)$$

式中， ΔX 為子區域寬度； ΔY 為子區域高度； \bar{u}_{mn} 及 \bar{v}_{mn} 為該區域之平均*x*方向速度及*y*方向速度。將上兩式同除以 $2W\sqrt{gd}$ (W 為振動床左邊邊壁到容器中心線的距離； g 為重力加速度； d 為顆粒平均直徑)，則通過垂直截面的無因次質量流率 J_x 與通過水平截面的無因次質量流率 J_y 可由方程式(11)決定之[7-9]：

$$J_x = \sum_{m=1}^M |\bar{u}_{mn} \Delta Y| / 2W\sqrt{gd} ; J_y = \sum_{n=1}^{N/2} |\bar{v}_{mn} \Delta X| / 2W\sqrt{gd} \quad (11)$$

3.3 整體粒子溫度

整個振動床內顆粒體的平均粒子溫度，可由整體粒子溫度表示之。 \bar{u} ， \bar{v} 及 $\bar{\omega}$ 分別為整體平均 x 方向速度， y 方向速度及旋轉速度，而 u_j ， v_j 及 ω_j 分別為第 j 個速度之 x 方向速度， y 方向速度及旋轉速度，整體擾動速度定義為所有粒子速度與整體平均速度差值平方和之均方根值，可以方程式(12)表示之：

$$u' = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N_{total}} (u_j - \bar{u})^2}{(N_{total} - 1)}}; \quad v' = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N_{total}} (v_j - \bar{v})^2}{(N_{total} - 1)}}; \quad \omega' = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N_{total}} (\omega_j - \bar{\omega})^2}{(N_{total} - 1)}} \quad (12)$$

式中， u' ， v' 及 ω' 為整體 x 方向擾動速度，整體 y 方向擾動速度及整體旋轉擾動速度； N_{total} 為粒子速度之總數。整體粒子溫度 T 定義為如方程式(13)所示：

$$T = \frac{1}{2}(u'^2 + v'^2) + \frac{1}{2} \frac{I}{m^*} \omega'^2 \quad (13)$$

式中， m^* 為粒子質量； I 為質量慣性矩。

4. 結果與討論

受限於振動系統負載的上限，振動頻率 $f=15\text{Hz}$ ，進行 1g、2g、3g 及 5g 四項試驗；振動頻率 $f=25\text{Hz}$ ，進行 1g、2g、3g、5g、7g 及 11g 六項試驗；振動頻率 $f=35\text{Hz}$ ，進行 2g、3g、5g、7g、11g 及 15g 六項試驗；振動頻率 $f=45\text{Hz}$ ，進行 2g、3g、5g、7g、11g、15g、20g 及 25g 等八項試驗。

圖 7 所示為粗糙度 μ 為 0、0.5、0.6375、0.775 及 0.9125 等五種壁面之邊壁，總粒子溫度隨著無因次加速度變化之情況，最大總粒子溫度均約在 $70\text{cm}^2/\text{sec}^2$ 左右。五種壁面均有相同的趨勢，無因次加速度小於 3，總動能幾乎與振動頻率無關，當無因次加速度大於 3，總粒子溫度均隨著無因次加速度增加而增大，較低的振動頻率(如 $f=15\text{Hz}$)，增加之速率較大，較高的振動頻率(如 $f=45\text{Hz}$)，總粒子溫度隨無因次加速度增加的速率則較為緩慢。

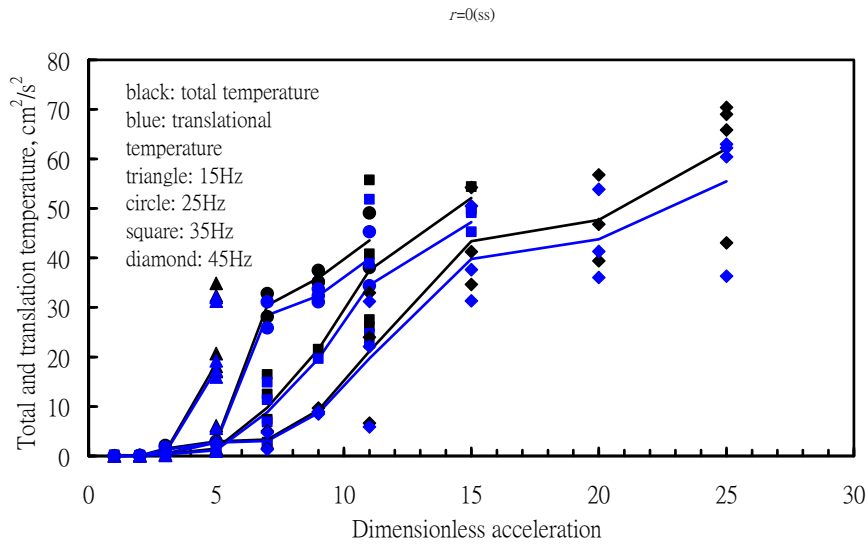


圖 7a 總動能與無因次加速度之關係($\mu=0$)

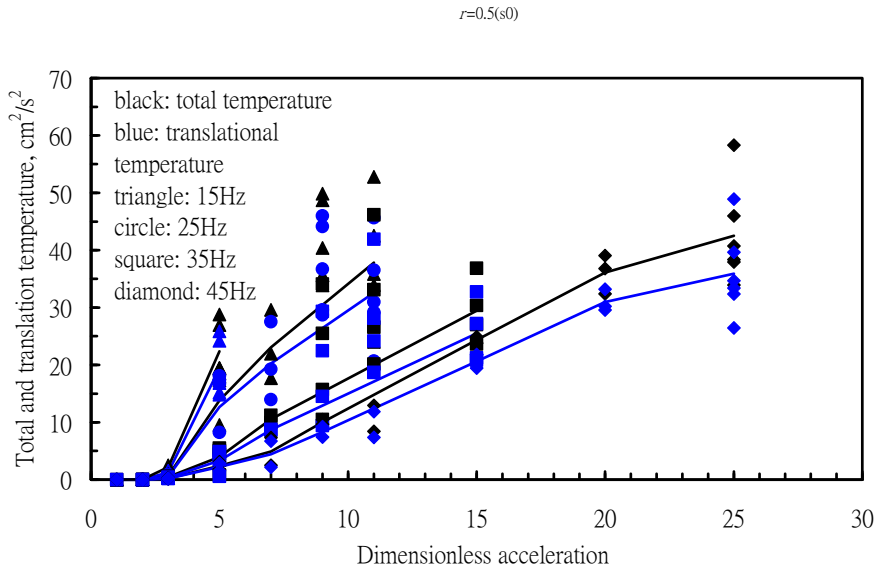


圖 7b 總動能與無因次加速度之關係($\mu=0.5$)

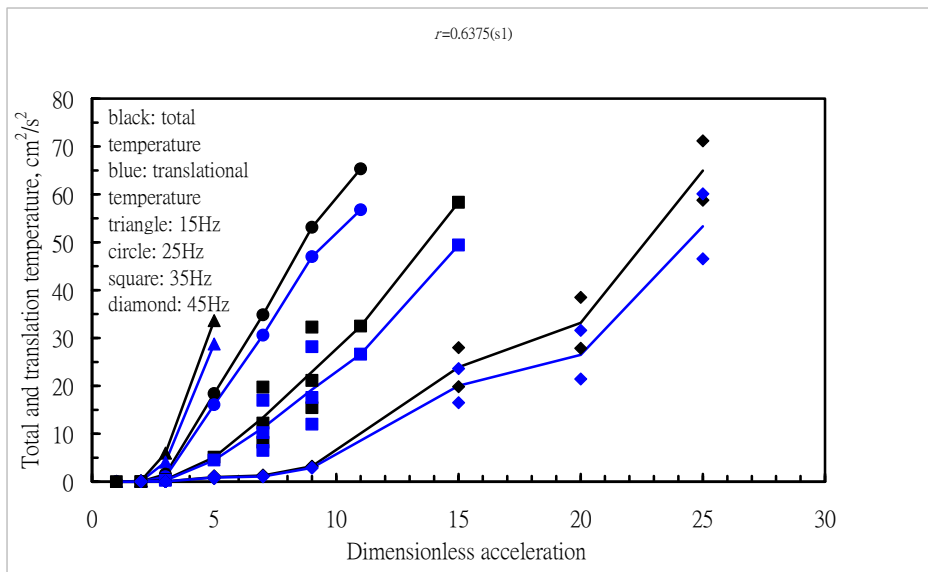


圖 7c 總動能與無因次加速度之關係($\mu=0.6375$)

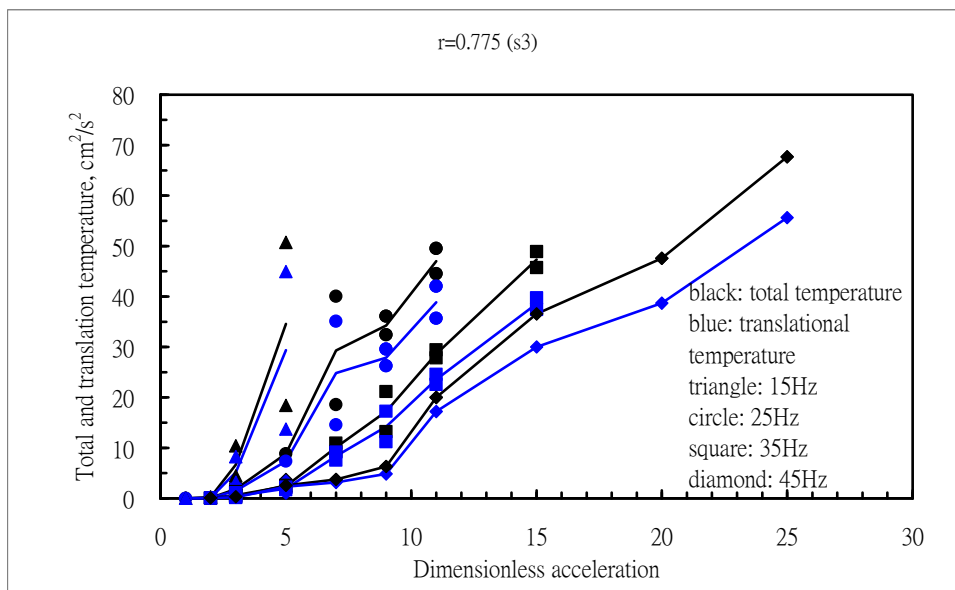


圖 7d 總動能與無因次加速度之關係($\mu=0.775$)

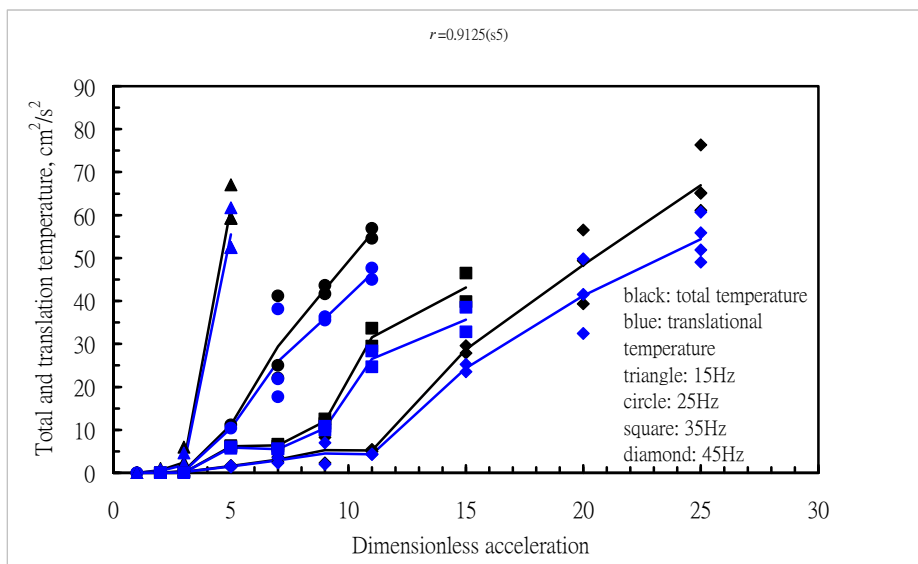


圖 7e 總動能與無因次加速度之關係($\mu=0.9125$)

圖 8 所示為粗糙度 μ 為 0、0.5、0.6375、0.775 及 0.9125 等五種壁面之邊壁，粒子旋轉溫度隨著無因次加速度變化之情況。圖 8a 光滑的壁面($\mu=0$)，最大粒子旋轉溫度均約為 $7\text{cm}^2/\text{sec}^2$ 左右，粗糙度 μ 大於 0.6375，最大粒子旋轉溫度均約為 $12\text{cm}^2/\text{sec}^2$ 左右。旋轉粒子溫度與無因次加速度的關係，大致和總粒子溫度及平移粒子溫度與無因次加速度的關係有相同趨勢。無因次加速度增大，旋轉粒子溫度亦隨之增大，曲線之斜率十分相近。對相同的無因次加速度而言，振動頻率低($f=15\text{Hz}$)，由於振幅較大使得旋轉粒子溫度較高；振動頻率高($f=45\text{Hz}$)，若無因次加速度較小，旋轉動粒子溫度隨無因次加速度增加之幅度不明顯，當無因次加速度大於一定值以上，旋轉動粒子溫度增大之速率則十分的明顯。

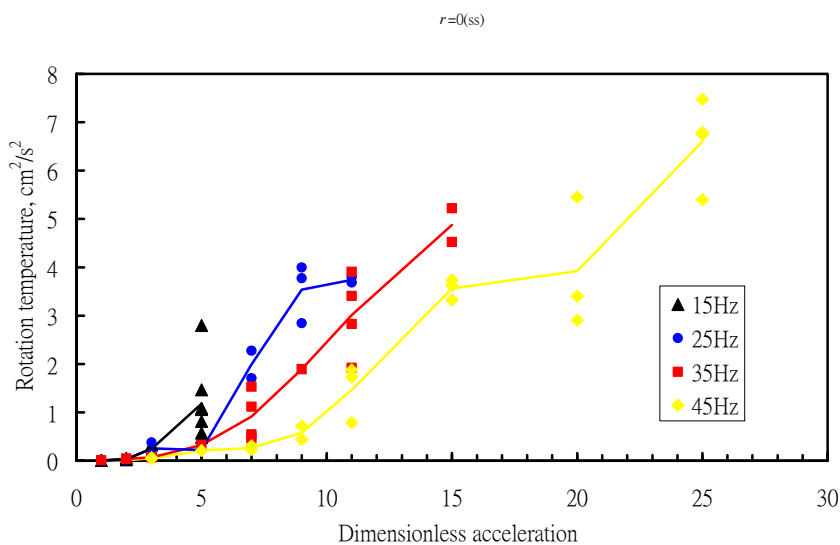


圖 8a 旋轉動能與無因次加速度之關係($\mu=0$)

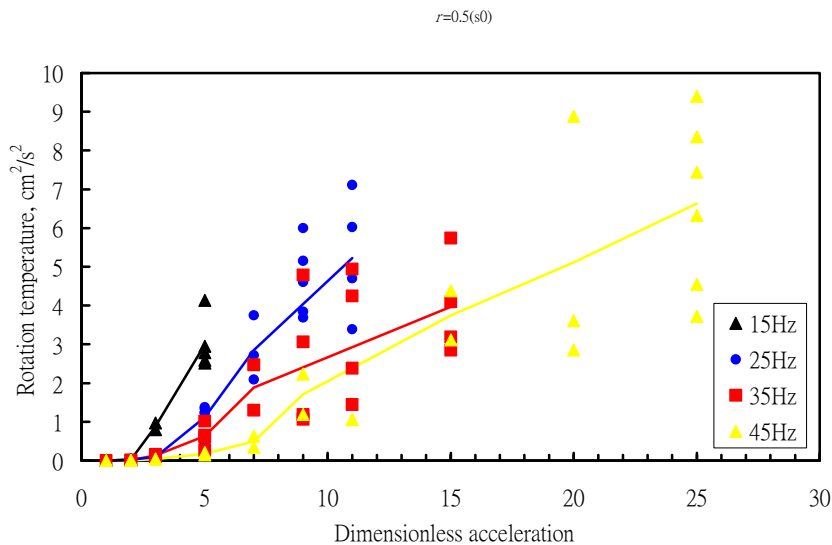


圖 8b 旋轉動能與無因次加速度之關係($\mu=0.5$)

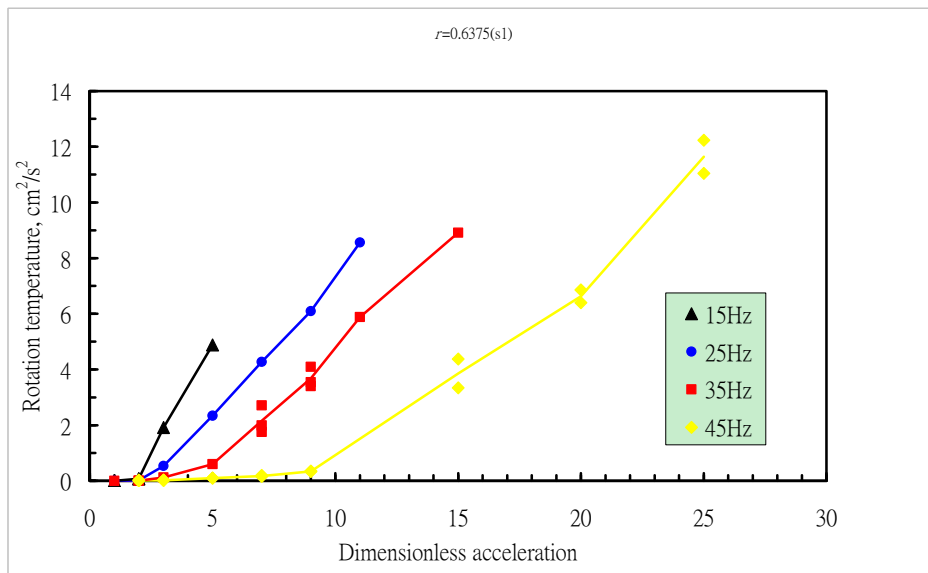


圖 8c 旋轉動能與無因次加速度之關係($\mu=0.6375$)

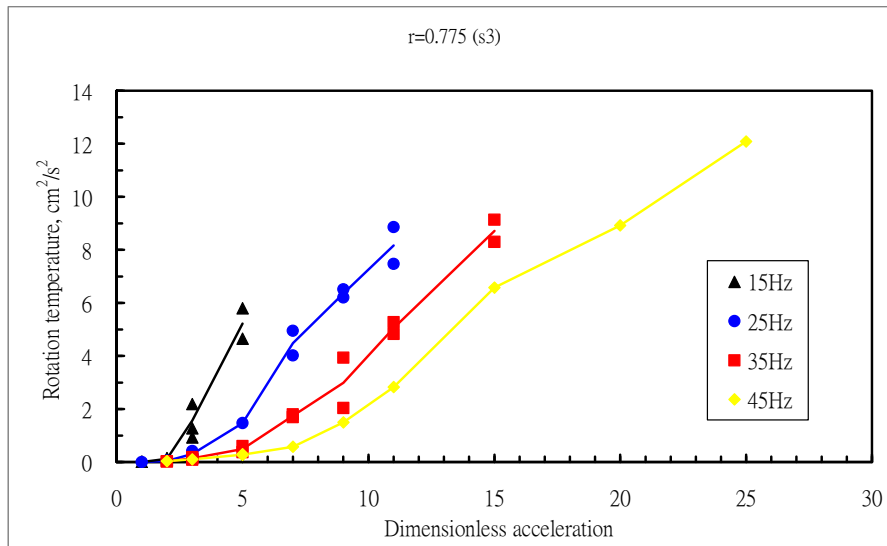
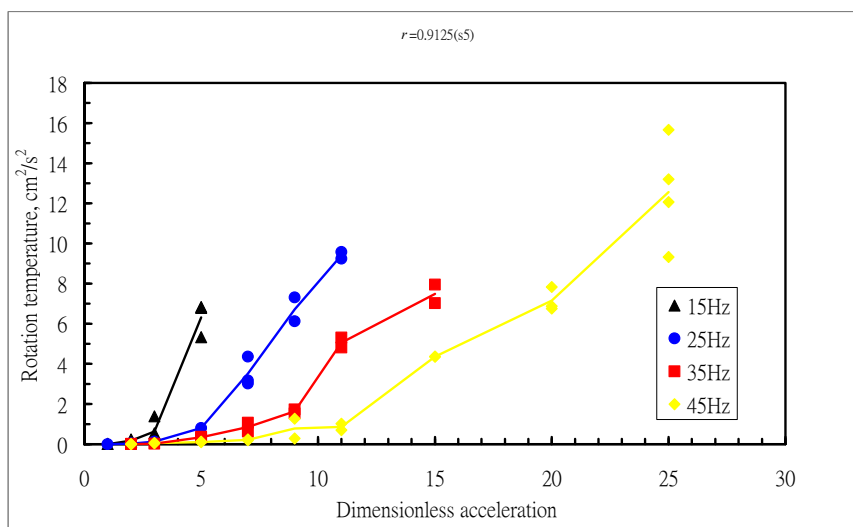
圖 8d 旋轉動能與無因次加速度之關係($\mu=0.775$)圖 8e 旋轉動能與無因次加速度之關係($\mu=0.9125$)

圖 9 所示為粗糙度 μ 為 0、0.5、0.6375、0.775 及 0.9125 等五種壁面之邊壁，旋轉動能佔總動能比例與無因次加速度之關係。雖然已經有相當多的文獻記載圓片的振動床試驗的結果，但並未探討圓片在運動過程中的旋轉行為。本研究根據試驗結果，利用改良式粒子追蹤法找出圓片顆粒的平面座標位置及方向，進而計算圓片顆粒的平移速度與動能及旋轉速度與動能。圖 9 所示為圓片顆粒運動過程中，旋轉動能在總動能中所佔百分比與無因次加速度之關係，圖中所示，較小的無因次加速度，振動床內的顆粒上無明顯的位移，但因振動床提供能量，圓片顆粒已經開始轉動，使得總動能中有較大比例的能量，係來自於顆粒的旋轉。當無因次加速度由 1 增加至 2，旋轉動能在總動能中所佔比例最大，旋轉動能最高佔總動能約有 80%。此一現象，亦說明圓片顆粒轉動之閾值比移動之閾值為低，激發顆粒的旋轉，不需輸入太大的能量。當無因次加速度由 2 繼續增大，輸入的能量亦隨之增加，逐漸提供顆粒移動所需能量，愈來愈多的顆粒達到移動的閾值，顆粒的位移亦愈來愈大，最終出現迴流現象，此時，旋轉能量雖然也增大，但移動能量

增加量，遠大於旋轉能量的增加量，以致造成無因次加速度約大於 7 以上，旋轉動能在總動能中所佔比例約維持穩定值，此一數值約為 20%。

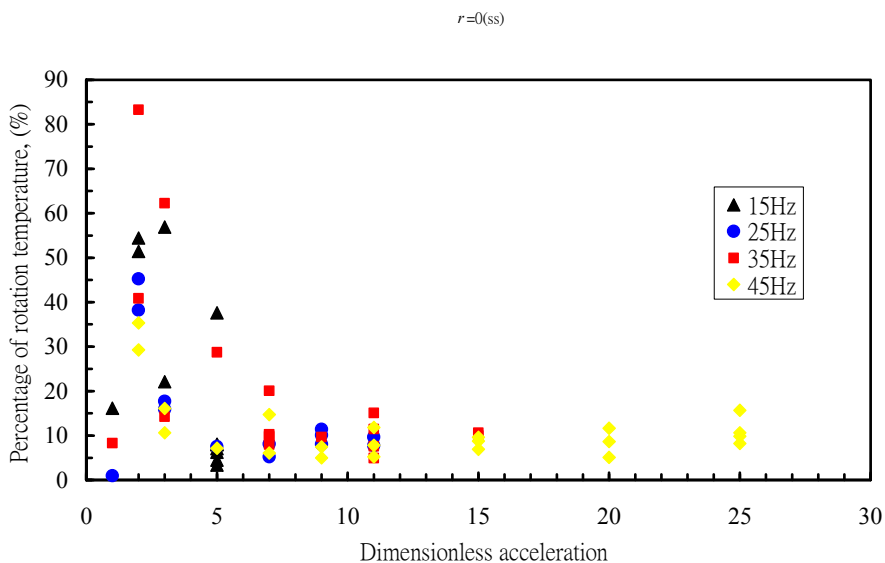


圖 9a 旋轉動能佔總動能比例與無因次加速度之關係($\mu=0$)

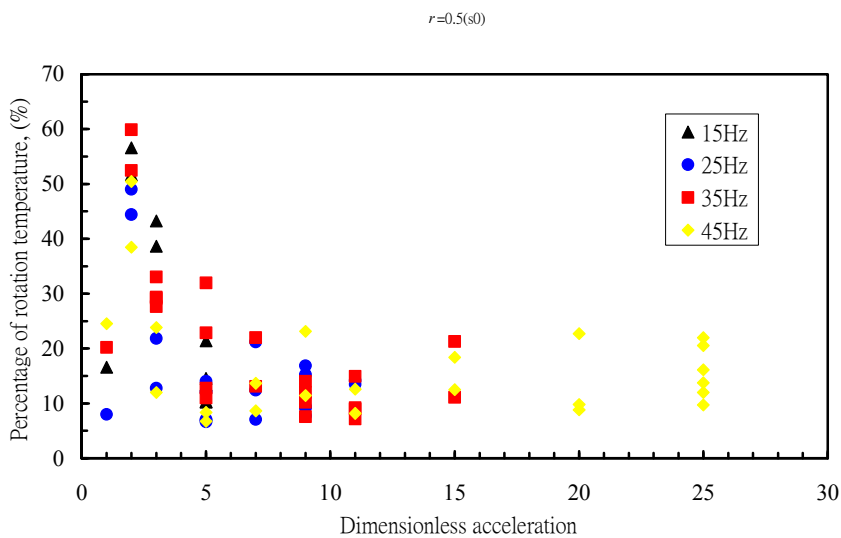


圖 9b 旋轉動能佔總動能比例與無因次加速度之關係($\mu=0.5$)

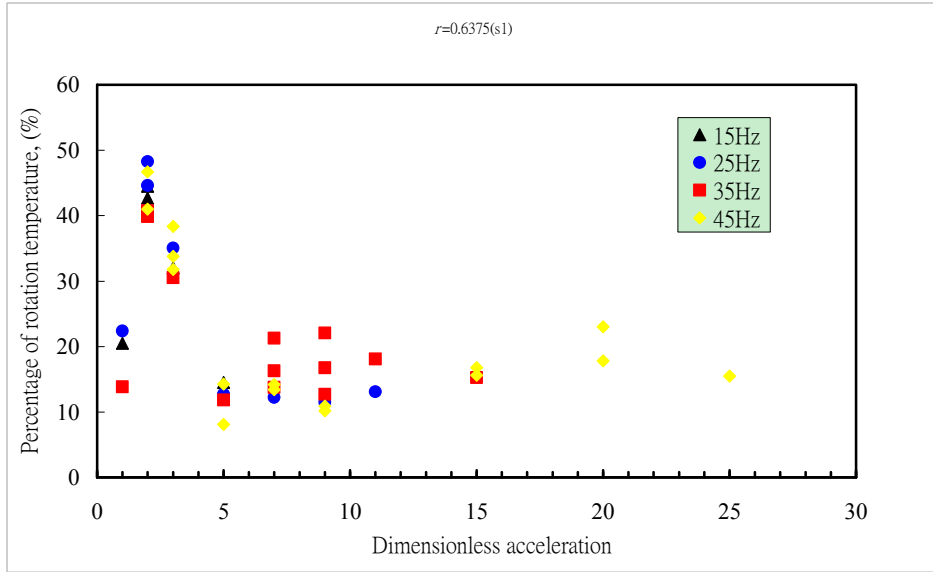


圖 9c 旋轉動能佔總動能比例與無因次加速度之關係($\mu=0.6375$)

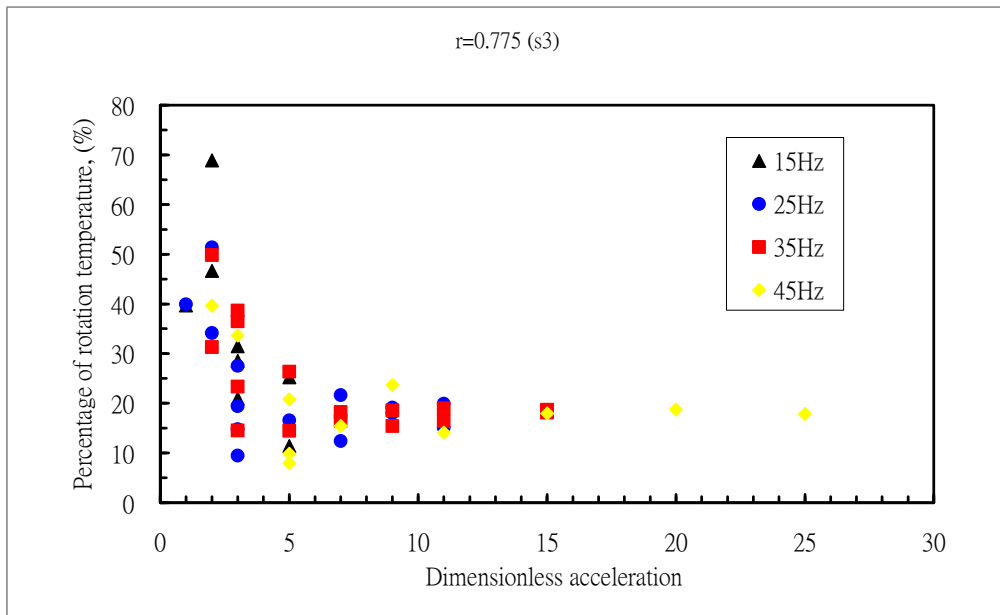


圖 9d 旋轉動能佔總動能比例與無因次加速度之關係($\mu=0.775$)

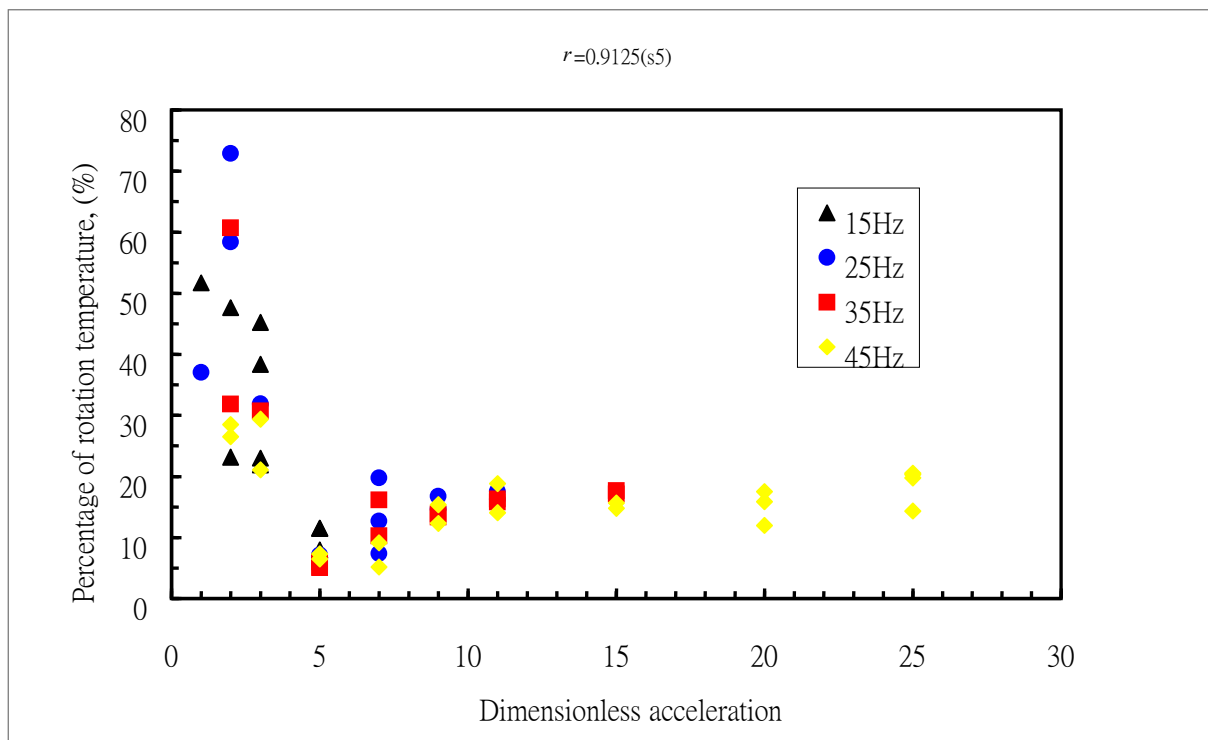


圖 9e 旋轉動能佔總動能比例與無因次加速度之關係($\mu=0.9125$)

圖10所示為振動頻率 f 為15Hz、25Hz、35Hz及45Hz等四種情況，總動能與邊壁粗糙度之關係。低頻率高的振動加速度，如圖10a所示 $f=15m, \Gamma=5$ 及圖10b所示 $f=25m, \Gamma=11$ ，壁面粗糙度對總動能之影響較為顯著，壁面粗糙度大，總動能也較大。對於較高的振動頻率或較低的振動加速度，邊壁壁面的粗糙度對總動能之影響則較不明顯，如圖10a中 $\Gamma=3$ 及圖10b中 $\Gamma=5$ 、 $\Gamma=7$ 、 $\Gamma=9$ 或圖10c及圖10d所示。

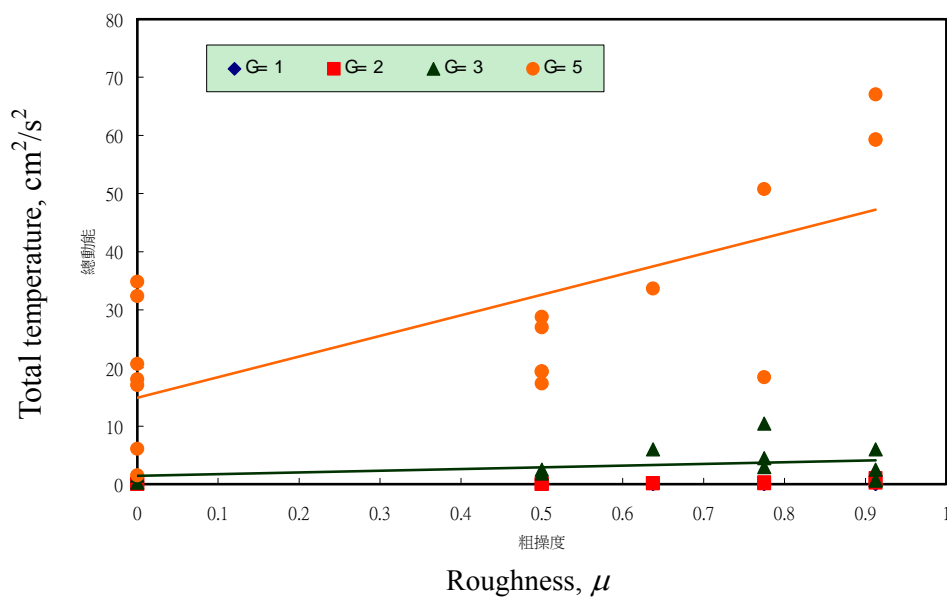


圖 10a 總動能與邊壁粗糙度之關係($f=15Hz$)

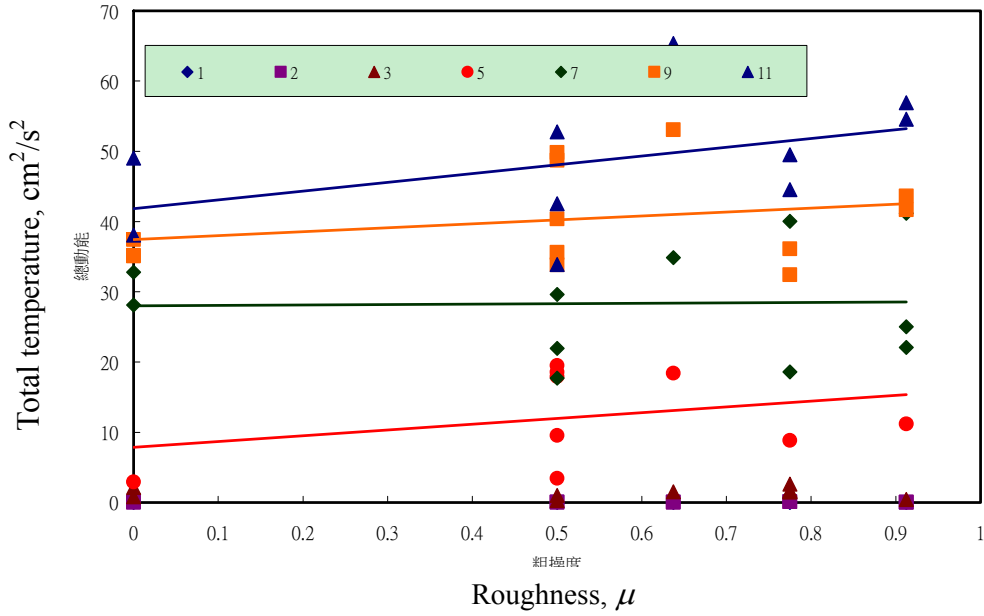


圖 10b 總動能與邊壁粗糙度之關係(f=25Hz)

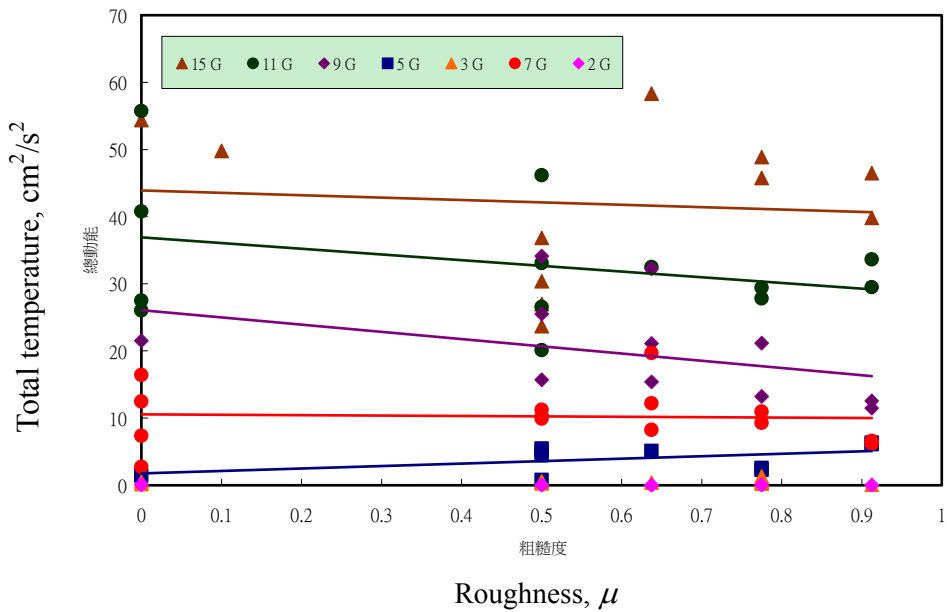


圖 10c 總動能與邊壁粗糙度之關係(f=35Hz)

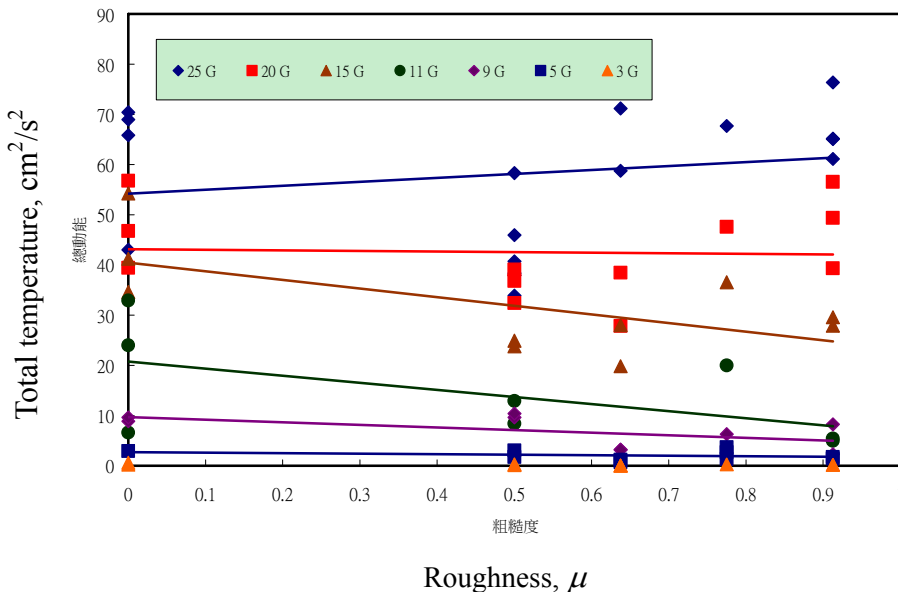


圖 10d 總動能與邊壁粗糙度之關係(f=45Hz)

圖 11 所示為振動頻率 f 為 15Hz、25Hz、35Hz 及 45Hz 等四種情況，平移動能與邊壁粗糙度之關係。平移動能及總動能與邊壁粗糙度之關係大致相近，低振動頻率且高加速度，如圖 11a 中 $\Gamma=5$ ，邊壁壁面粗糙度對平移動能呈顯著正比例之影響，其他的情況，如低振動加速度，圖 11a 中 $\Gamma=3$ ，壁面粗糙度對平移動能較不明顯。圖 11b 振動頻率 f 為 25Hz，平移動能幾乎不受壁面粗糙度之影響，圖 11c 及圖 11d 較高的振動頻率，甚至出現壁面粗糙度對平移動能呈反比例之影響，即粗糙度增大，平移動能反而有減小的現象。

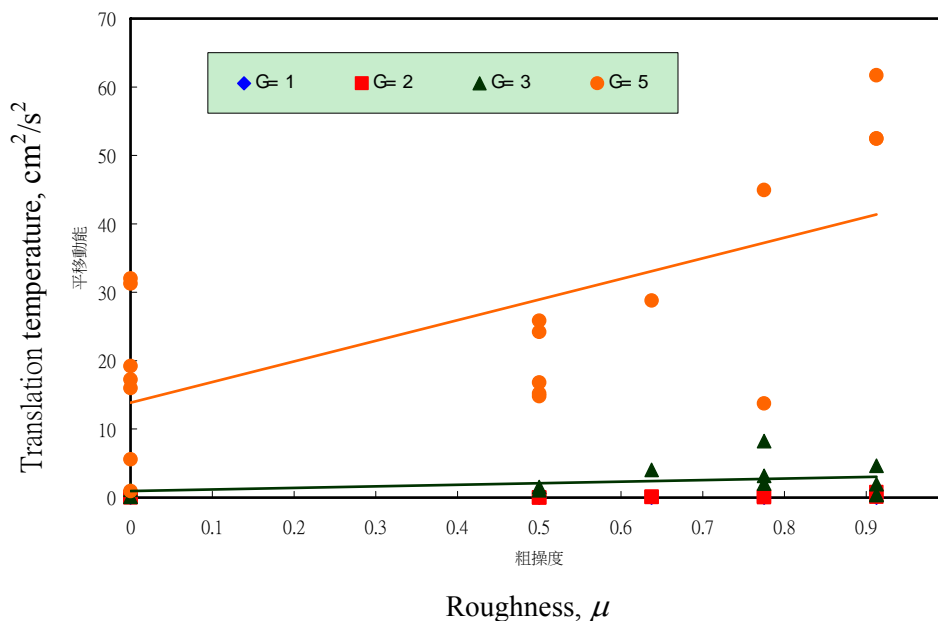


圖 11a 平移動能與邊壁粗糙度之關係(f=15Hz)

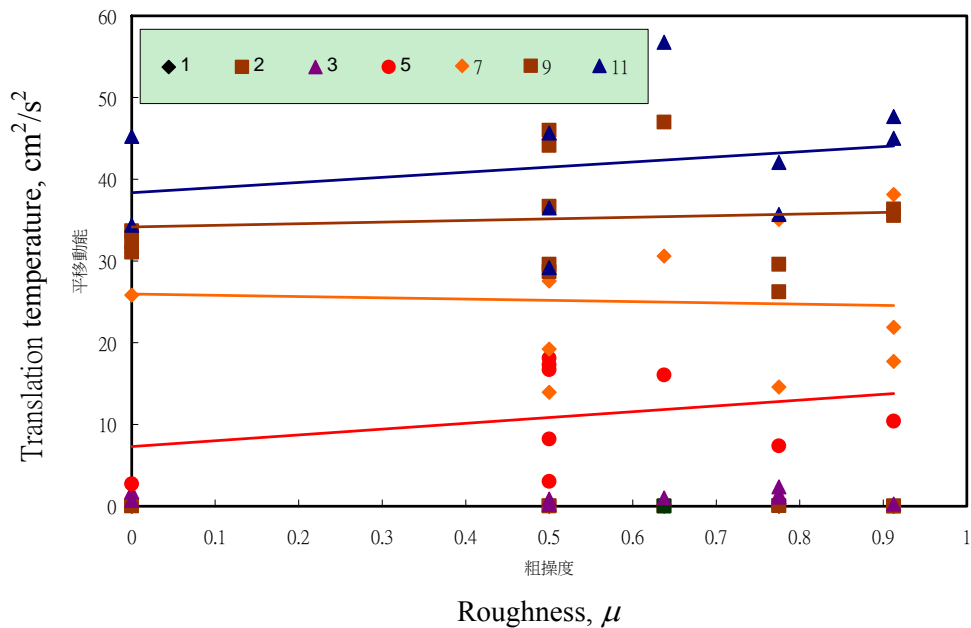


圖 11b 平移動能與邊壁粗糙度之關係(f=25Hz)

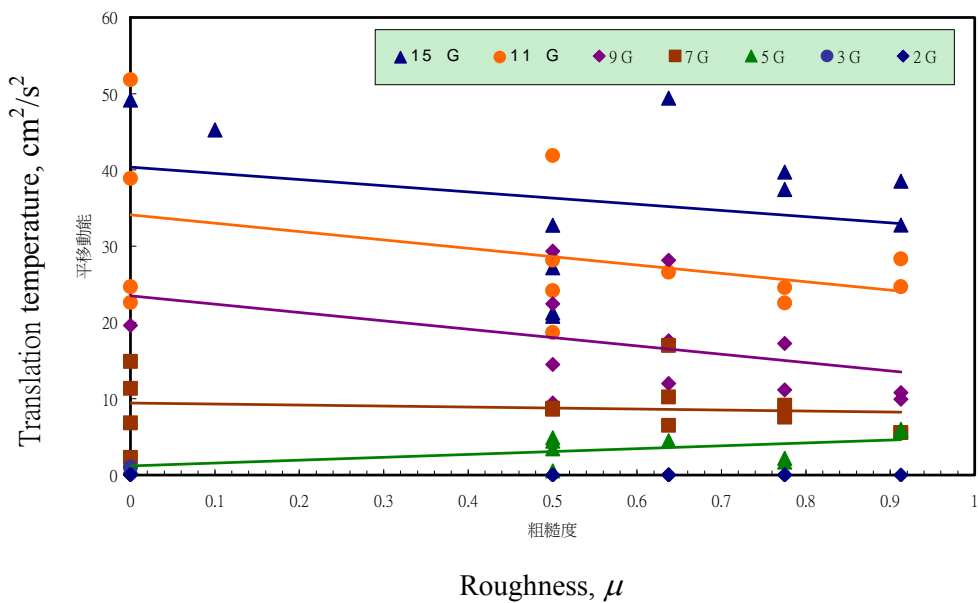


圖 11c 平移動能與邊壁粗糙度之關係(f=35Hz)

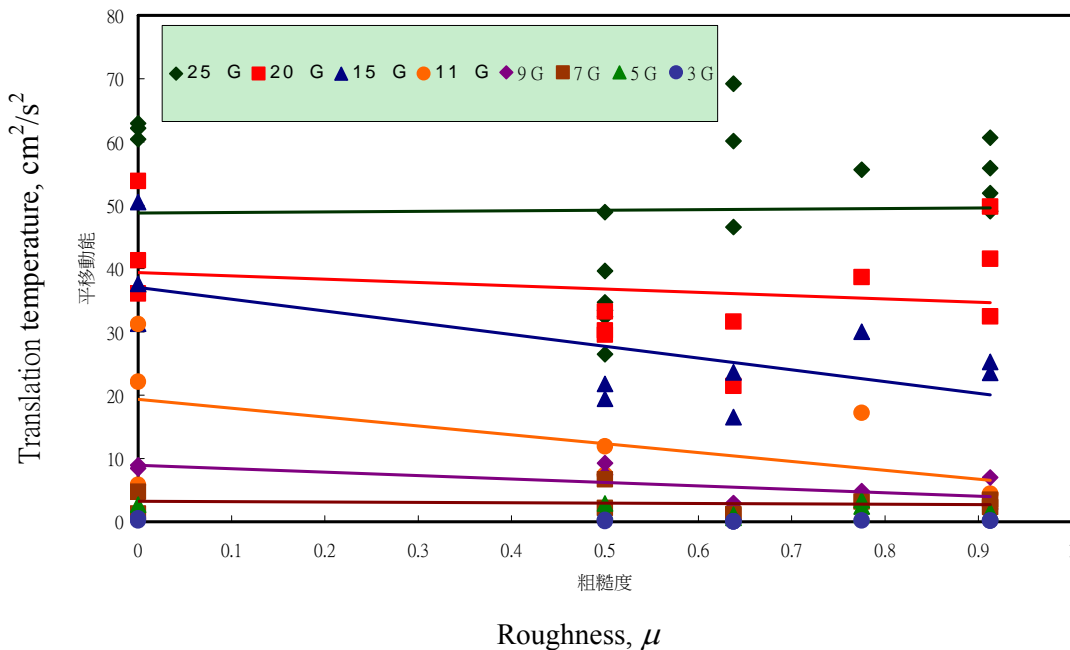


圖 11d 平移動能與邊壁粗糙度之關係(f=45Hz)

圖12所示為振動頻率f為15Hz、25Hz、35Hz及45Hz等四種情況，旋轉動能與邊壁粗糙度之關係。由圖12所示壁面粗糙度對旋轉動能之影響相當一致，即f為15Hz、25Hz、35Hz及45Hz等四種振動頻率，較高的振動加速度，壁面粗糙度對旋轉動能呈現正比之影響，粗糙度大旋轉動能也較高。但較低的振動加速度，壁面粗糙度對旋轉動能之影響甚小。

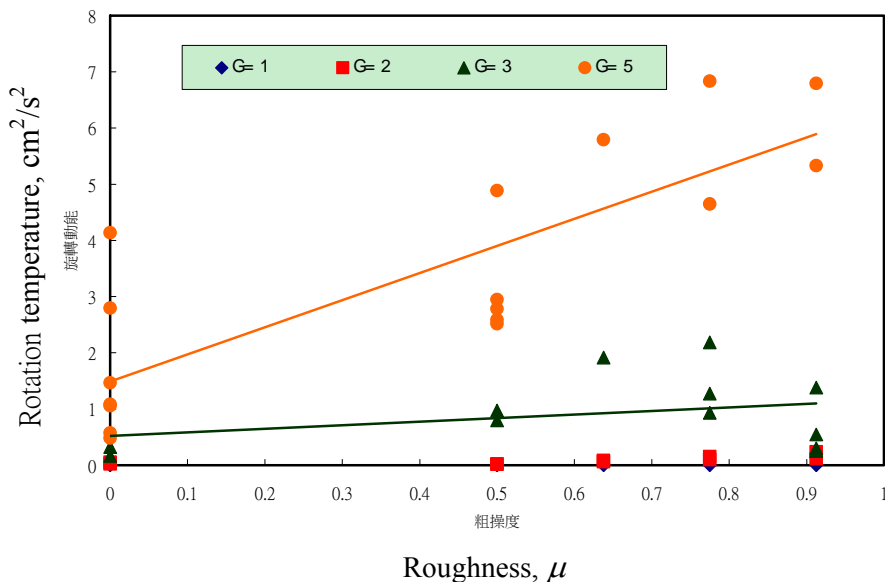


圖 12a 旋轉動能與邊壁粗糙度之關係(f=15Hz)

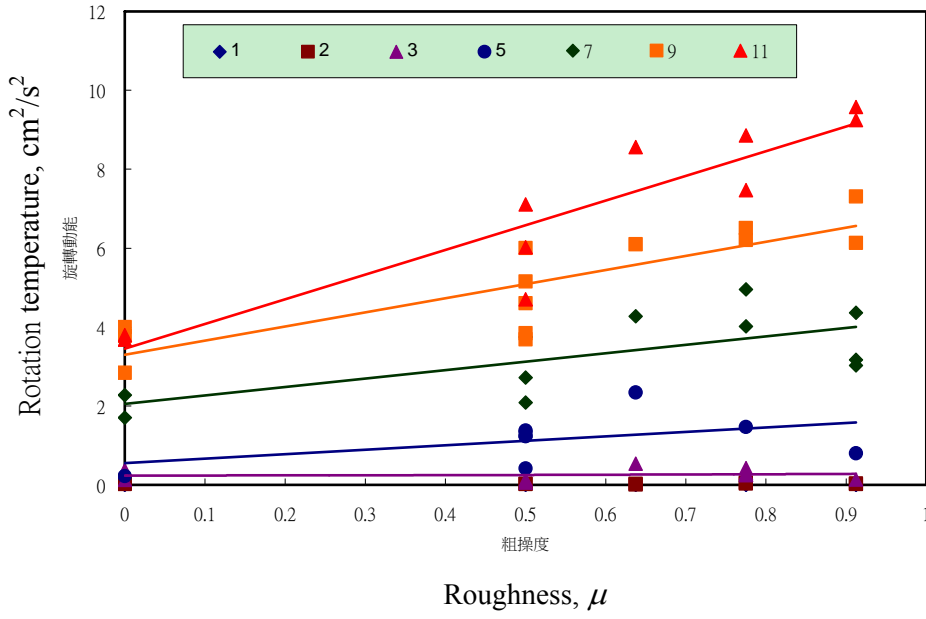


圖 12b 旋轉動能與邊壁粗糙度之關係(f=25Hz)

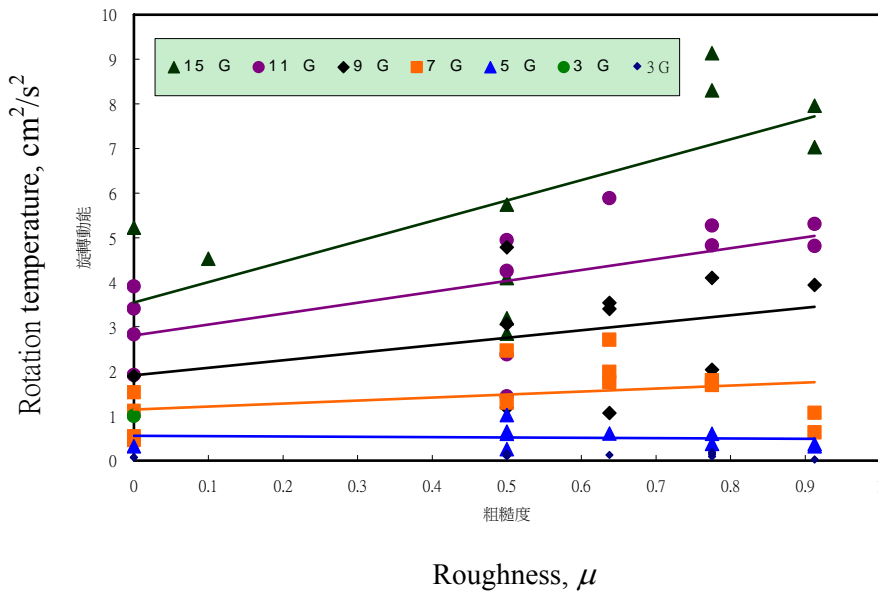
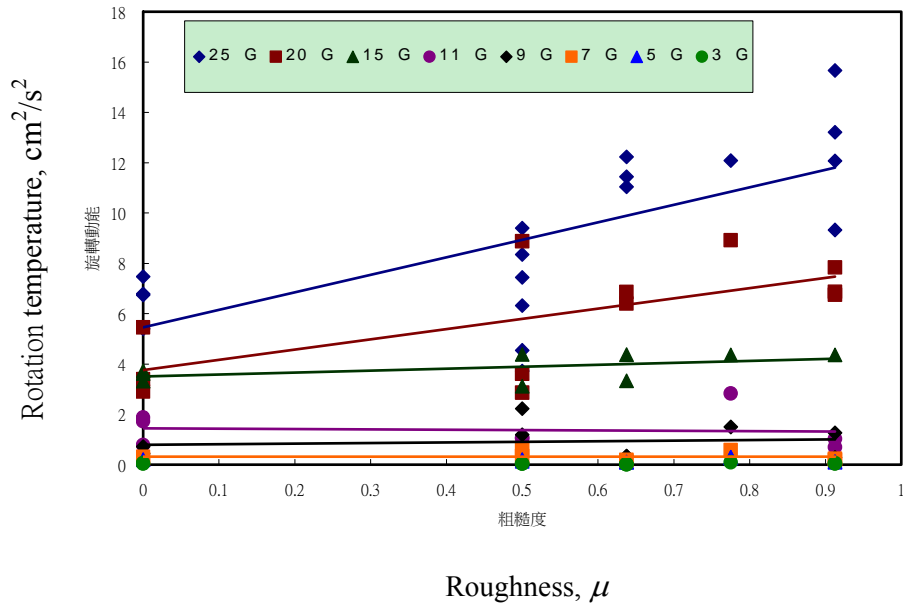


圖 12c 旋轉動能與邊壁粗糙度之關係(f=35Hz)

圖 12d 旋轉動能與邊壁粗糙度之關係($f=45\text{Hz}$)

5. 結論

針對本研究的試驗條件與試驗對象，所得到的結論如下：

- (1) 當無因次加速度由 0 增加至 2，圓片顆粒轉動能量在總動能中所佔的比例達到最高，約為 70%，無因次加速度繼續增大，轉動能量在總動能中所佔的比例即逐漸降低，最終的穩定值約為 20%。
- (2) 圓片顆粒旋轉的閾值較移動的閾值為低，無因次加速由 0 逐漸增大，顆粒先產生轉動然後才有移動。
- (3) 較高的振動加速度，壁面粗糙度對旋轉動能呈現正比之影響，壁面粗糙度大，旋轉動能也較高。但較低的振動加速度，壁面粗糙度對旋轉動能之影響甚小。
- (4) 平移動能及總動能與邊壁粗糙度之關係大致相近，較低振動頻率且較高加速度，邊壁壁面粗糙度對平移動能呈顯著正比例之影響，而低振動加速度，壁面粗糙度對平移動能較不明顯。
- (5) 較高的振動頻率，甚至出現壁面粗糙度對平移動能呈反比例之影響，即粗糙度增大，平移動能反而有減小的現象。

參考文獻

- Chou, H.T. and Lee, C. F., 2009, Cross-sectional and axial flow characteristics of dry granular material in rotating drums. *Granular Matter*, 11, 13-32.
- Hsiau, S. S. and Shieh, Y. M., 1999, Fluctuations and Self-Diffusion of Sheared Granular Material Flows. *Journal of Rheology*, 43, 1049-1066.
- Hsiau, S. S., Wang, P. C. and Tai, C. H., 2002, Convection Cells and Segregation in a Vibrated Granular Bed.

- AIChE Journal*, 48, 1430-1438.
- Liao, C. C. and Hsiau, S. S., 2009, Influence of Interstitial Fluid Viscosity on Transport Phenomenon in Sheared Granular Materials. *Chemical Engineering Science*. 64, 2562-2569.
- Natarajan, V. V. R., Hunt, M. L. and Taylor, E. D., 1995, Local measurements of velocity fluctuations and diffusion coefficients for a granular material flow. *J. Fluid Mech*, 304, 1-25.
- Sonka, M., Hlavac, V., and Boyle, R, 1999, Image Processing, Analysis and Machine Vision. PWS Publishing.
- Tai, C. H. and Hsiau, S. S., 2004, Dynamic Behaviors of Powders in a Vibrating Bed. *Powder Technology*, 139, 221-232.
- Yang, W. L. and Hsiau, S. S., 2006, The Effect of Liquid Viscosity on Sheared Granular Flows. *Chemical Engineering Science*, 61, 6085-6095.
- Orpe, A.V. and Khakhar, D.V., 2007, Rheology of surface granular flows. *J. Fluid Mech*, 571, 1-32.